

# Primeira Avaliação de Teoria dos Números

Diego Marques

04/06/2013

- Nome:
- Matrícula:

**Problema 1.** Prove que 9 divide  $10^{n+1} - 9n - 10$ , para todo  $n \geq 1$ . (2.5 ptos)

**Problema 2.** Resolva:

- Qual o máximo divisor comum de 1705 e 3905? (0.5 pto)
- Mostre que se  $p, p + 2$  e  $p + 4$  são primos, então  $p = 3$ . (1 pto)
- Resolva a congruência  $11x \equiv 5 \pmod{91}$ . (1 pto)

**Problema 3.** Prove que 13 divide  $7^{29} - 2013$ . (2.5 ptos)

**Problema 4.** Resolva:

- Zezo e seu irmão caçula, Zulu, têm idades entre 10 e 20 anos e hoje suas idades são ambas expressas por números primos, fato que se repetirá pela próxima vez daqui há 18 anos. Determine a idade de Zezo, sabendo que a idade do seu irmão mais velho, que hoje, também é um número primo, é uma unidade maior que a soma das idades de Zezo e Zulu. (1 pto)
- Um par de números de dois dígitos  $(\overline{ab}, \overline{cd})$  é chamado **romântico** se  $\overline{ab} = c + d$  e  $\overline{cd} = a + b$ . Por exemplo,  $(18, 99)$  não é romântico, já que  $18 = 9 + 9$ , mas  $99 \neq 1 + 8$ . Existem pares românticos? Justifique. (1.5 ptos)

**Desafio valendo 10 pontos.** Um número  $n$  é chamado **quadrado de oito** se existem  $x$  e  $y$  naturais, com pelo menos um deles primo, tais que  $n = x^y = (x + y)^2$ . Por exemplo, 64 é quadrado de oito, pois  $64 = 2^6 = (2 + 6)^2$ . Encontre todos os números quadrados de oito.

“A Matemática não mente. Mente quem faz mau uso dela”  
Albert Einstein