

---

**Teoria dos Números (Turma B)**  
DIEGO MARQUES

**Lista 2**

**Problema 1.** *Mostrar que 47 divide  $2^{23} - 1$ .*

**Problema 2.** *Encontrar o resto da divisão de  $7^{34}$  por 51 e o resto da divisão de  $5^{63}$  por 29.*

**Problema 3.** *Mostrar que se  $p$  é um ímpar e  $a^2 + 2b^2 = 2p$ , então  $a$  é par e  $b$  é ímpar.*

**Problema 4.** *Provar que para  $p$  primo  $(p-1)! \equiv p-1 \pmod{1+2+3+\dots+(p-1)}$ .*

**Problema 5.** *Encontrar o máximo divisor comum de  $(p-1)! - 1$  e  $p!$  ( $p$  primo).*

**Problema 6.** *Mostrar que para  $n \geq 4$  o resto da divisão por 12 de  $1!+2!+3!+\dots+n!$  é 9.*

**Problema 7.** *Resolver as seguintes congruências.*

- (a)  $5x \equiv 3 \pmod{24}$
- (b)  $3x \equiv 1 \pmod{10}$
- (c)  $23x \equiv 7 \pmod{19}$
- (d)  $7x \equiv 5 \pmod{18}$
- (e)  $25x \equiv 15 \pmod{120}$

**Problema 8.** *Mostre que se  $a^r \equiv 1 \pmod{m}$  e  $a^s \equiv 1 \pmod{m}$ , então  $a^d \equiv 1 \pmod{m}$ , onde  $d = (r, s)$ .*

**Problema 9.** *Mostrar que  $5n^3 + 7n^5 \equiv 0 \pmod{12}$  para todo inteiro  $n$ .*

**Problema 10.** *Encontre o menor inteiro positivo que deixa resto 7 na divisão por 11 e deixa resto 5 na divisão por 13.*