

Equações Diofantinas: Lista 1

17/03/2015

Diego Marques

Problema 1. *Em Gugulândia, o jogo de basquete é jogado com regras diferentes. Existem apenas dois tipos de pontuações para as cestas: 5 e 11 pontos. É possível um time fazer 39 pontos em uma partida? E 2016 pontos?*

Problema 2. *Qual o menor inteiro positivo m para o qual todo número maior que m pode ser obtido como pontuação no jogo de basquete mencionado anteriormente?*

Problema 3. *Encontre o menor $x > 2015$ tal que $17x + 3y = 2015$.*

Problema 4. *Sejam a e b inteiros positivos tais que ab divide $a^2 + b^2$. Prove que $a = b$.*

Problema 5. *Encontre todos os pares de números naturais cuja soma é igual ao produto.*

Problema 6. *Seja $F(x, y) = ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3$ uma forma cúbica sobre \mathbb{Z} . Claramente, se a, b, c e d são pares, então $F(x, y)$ é par, para todos $x, y \in \mathbb{Z}$. Existe alguma outra escolha de paridades para a, b, c e d tal que $F(x, y)$ é par, para todos $x, y \in \mathbb{Z}$?*

Problema 7. *Seja $F(x, y)$ como na questão anterior e seja $p > 2$ um número primo. Existe alguma escolha de a, b, c, d , não todos divisíveis por p , tal que $F(x, y) \equiv 0 \pmod{p}$, para todos $x, y \in \mathbb{Z}$?*

“ A matemática é a forma mais segura de atingir a imortalidade. Se fizermos uma grande descoberta matemática, seremos recordados depois de todos os outros terem sido esquecidos”
Paul Erdős