

# Equações Diofantinas: Lista 1

17/03/2015

Diego Marques

**Problema 1.** *Em Gugulândia, o jogo de basquete é jogado com regras diferentes. Existem apenas dois tipos de pontuações para as cestas: 5 e 11 pontos. É possível um time fazer 39 pontos em uma partida? E 2016 pontos?*

**Problema 2.** *Qual o menor inteiro positivo  $m$  para o qual todo número maior que  $m$  pode ser obtido como pontuação no jogo de basquete mencionado anteriormente?*

**Problema 3.** *Encontre o menor  $x > 2015$  tal que  $17x + 3y = 2015$ .*

**Problema 4.** *Sejam  $a$  e  $b$  inteiros positivos tais que  $ab$  divide  $a^2 + b^2$ . Prove que  $a = b$ .*

**Problema 5.** *Encontre todos os pares de números naturais cuja soma é igual ao produto.*

**Problema 6.** *Seja  $F(x, y) = ax^3 + bx^2y + cxy^2 + dy^3$  uma forma cúbica sobre  $\mathbb{Z}$ . Claramente, se  $a, b, c$  e  $d$  são pares, então  $F(x, y)$  é par, para todos  $x, y \in \mathbb{Z}$ . Existe alguma outra escolha de paridades para  $a, b, c$  e  $d$  tal que  $F(x, y)$  é par, para todos  $x, y \in \mathbb{Z}$ ?*

**Problema 7.** *Seja  $F(x, y)$  como na questão anterior e seja  $p > 2$  um número primo. Existe alguma escolha de  $a, b, c, d$ , não todos divisíveis por  $p$ , tal que  $F(x, y) \equiv 0 \pmod{p}$ , para todos  $x, y \in \mathbb{Z}$ ?*

*“ A matemática é a forma mais segura de atingir a imortalidade. Se fizermos uma grande descoberta matemática, seremos recordados depois de todos os outros terem sido esquecidos”*  
Paul Erdős