

# Equações Diofânticas

## Exercícios

Brasília  
2015

## Lista 2

**Problema 1.** Resolva a equação para inteiros positivos

$$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = p,$$

onde  $p \geq 3$  é um número primo.

**Problema 2.** Encontre todas as soluções de

$$x^3 + y^3 + z^3 = x + y + z = 3.$$

**Problema 3.** Seja  $p$  um número primo. Resolva

$$x^4 + 4 = py^4.$$

**Problema 4.** Resolva a equação

$$x^2 + 6xy + 8y^2 + 3x + 6y = 2.$$

**Problema 5.** Resolver a equação

$$x^m + y^m = 3^n,$$

com  $m, n \geq 3$ .

**Problema 6.** Encontre todos os inteiros positivos tais que

$$x^3 - y^3 = xy + 61.$$

**Problema 7.** Resolva

$$x^6 + 3x^3 + 1 = y^4.$$

**Problema 8.** Encontre todas as soluções de

$$(x^2 + y)(x + y^2) = (x - y)^3.$$

**Problema 9.** Resolva

$$x^5 + x^4 + 1 = p^y,$$

onde  $p$  é um número primo.

**Problema 10.** Resolver

$$xy + \frac{x^3 + y^3}{3} = 2007.$$

**Problema 11.** Resolva

$$\left(1 + \frac{1}{x}\right) \left(1 + \frac{1}{y}\right) \left(1 + \frac{1}{z}\right) = 2,$$

com  $x, y, z > 0$ .

**Problema 12.** Encontre todas as soluções inteiras positivas de

$$3(xy + yz + zx) = 4xyz.$$

**Problema 13.** Resolva

$$xy + yz + zx - xyz = 2.$$

**Problema 14.** Encontre todas as soluções de

$$(x + y)^2 + 3x + y + 1 = z^2.$$

**Problema 15.** Resolver

$$(x^2 - y^2)^2 = 1 + 16y.$$

**Problema 16.** Encontre todas as soluções inteiras positivas de

$$x^2 + y^2 + z^2 + w^2 = 3(x + y + z + w).$$

**Problema 17.** Resolva

$$x^y + y = y^x + x,$$

com  $x, y > 0$ .

**Problema 18.** Se  $a, b > 0$  e  $(ab + 1) \mid (a^2 + b^2)$ , prove que  $\frac{a^2 + b^2}{ab + 1}$  é quadrado perfeito.

**Problema 19.** Prove que a equação

$$x^2 + y^2 = z^5 + z$$

possui infinitas soluções.

**Problema 20.** Resolva a equação

$$x^n + y^n + z^n + u^n = v^{n-1},$$

para inteiros positivos e  $n > 2$ .

**Problema 21.** Resolva

$$x^2 + xy = y^2 + xz.$$

**Problema 22.** Resolva

$$4xy - x - y = z^2.$$

**Problema 23.** Encontre as soluções de

$$x^3 - 4xy + y^3 = -1.$$

**Problema 24.** Resolva

$$x_1^4 + \dots + x_{14}^4 = 15999.$$

**Problema 25.** Resolva

$$x^2 - y^2 = 2xyz.$$

**Problema 26.** Encontre todas as soluções da equação

$$a^2 + b^2 + c^2 = a^2b^2.$$