

Cálculo I

Lista de Exercícios – Semana 2 – 1.º/2003

As listas de exercícios constam de questões extraídas de provas anteriores, e a referência no início de cada questão indica o semestre da prova correspondente. Foram feitas pequenas adaptações para adequá-las aos conteúdos das respectivas semanas. Os textos integrais das provas anteriores estão disponíveis no CD do *e*-Cadernos de Cálculo.

1) [1.º/2001] Considere um circuito elétrico com um resistor de 5 ohms ligado em paralelo a outro de resistência variável R . Nessas condições, a resistência total $\Phi(R)$ do circuito satisfaz

$$\frac{1}{\Phi(R)} = \frac{1}{5} + \frac{1}{R}, \quad R > 0.$$

- Obtenha a expressão de $\Phi(R)$ em função de R .
- Determine os valores de R para os quais a resistência total é superior a 4.8 ohms.
- Determine os valores de R para os quais a diferença $5 - \Phi(R)$ seja inferior a 10^{-2} .

2) [2.º/2001] Segundo os dados disponíveis, 39% da população mundial vivia em regiões urbanas em 1980. Esse percentual tem crescido desde então, alcançando 45% em 1995. Indique por $p = p(t)$ a percentagem da população mundial que vive em regiões urbanas t anos após 1980 e suponha que o gráfico dessa função seja uma reta.

- Obtenha a expressão de p como função de t .
 - Esboce o gráfico da função $p(t)$ no intervalo $[0, 20]$.
 - Use $p(t)$ para estimar o ano durante o qual pelo menos 50% da população mundial estaria vivendo em regiões urbanas.
-

3) [1.º/2002] Suponha que, na construção de um aparelho elétrico, usa-se um fio cuja resistência R depende apenas do comprimento l do fio, e é dada por $R(l) = 0.1l$. A resistência deve ser igual a $R_0 = 0.5 \Omega$, e portanto o comprimento deve ser igual a $l_0 = 5$ m. No entanto, o comprimento real l pode ser diferente do comprimento previsto l_0 , e $|l - l_0|$ é o erro devido ao processo de fabricação.

- Determine os valores máximo e mínimo de l para que o erro de fabricação seja menor ou igual a 10 cm.
- Calcule o erro máximo que pode ocorrer na resistência devido a um erro de fabricação menor ou igual a 10 cm no comprimento l .
- Determine o maior erro que pode ocorrer no comprimento l de forma que o correspondente erro na resistência seja menor ou igual a 0.025Ω .

4) [2.º/2002] No sistema de eixos mostrado na figura ao lado, suponha que $P_0 = (0, 20)$ representa a quina de um edifício de 20 m e que θ representa o ângulo que os raios solares fazem com a horizontal. Para $\theta \in (0, \pi/2)$, indique por L_θ a reta de coeficiente angular $\text{tg}(\theta)$ que passa por P_0 . Indique ainda por $x = x(\theta)$ o ponto em que a reta L_θ intercepta o eixo $\mathcal{O}x$. Nessas condições, julgue os itens a seguir.

C E

a) A reta L_θ tem equação $y = \text{tg}(\theta)(x - 20)$.

C E

b) $|x(\pi/4)| = 20$.

C E

c) O valor de $x(\theta)$ é dado por $x(\theta) = -\frac{20}{\text{tg}(\theta)}$.

C E

d) Se $\text{tg}(\theta) = \sqrt{3}/3$, então o ponto $P = (-5\sqrt{3}, 10)$ está em uma região ensolarada.

C E

e) O ponto $Q = (-20, 10)$ está em uma região ensolarada apenas para os ângulos θ tais que $\text{tg}(\theta) > 1/2$.

