Segunda prova **IAL Turma 6** **29/05/2024**

Nome e matrícula: ....

Justificar todas as respostas. Respostas não justificadas não serão consideradas.

Cada item vale um ponto. Considere os seguintes vetores de $\mathbb{R}^3$.

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad v_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ -7 \end{pmatrix}, \quad v_4 = \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad v_5 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

1. Calcule $2v_1 - v_2 + v_3 + 3v_4$.
2. Calcule $\dim([v_1, v_2, v_3, v_4])$.
3. Sejam $V = [v_1, v_2]$, $W = [v_3, v_4]$. Diga se $V = W$.
4. O vetor $v_1 - v_2$ é ortogonal ao vetor $2v_2 + 3v_5$?
5. Seja $V = [v_1, v_2] < \mathbb{R}^3$. Determine uma base de $V^\perp$.
6. Os vetores v_1, v_2, v_5 são linearmente independentes?
7. Calcule a projeção ortogonal de v_2 sobre $[v_1, v_5]$.
8. Encontre uma base ortogonal de $[v_1, v_2]$.
9. Determine $a_1, a_2 \in \mathbb{R}$ tais que $a_1 v_1 + a_2 v_2 = v_3$.
10. Se X e Y são duas matrizes 2×2, é verdade que o posto de $X + Y$ é igual à soma dos postos de X e de Y? Se a resposta é sim, demonstre. Se a resposta é não, dê um contra-exemplo.

A notação é a usual,

$$[v_1, \ldots, v_k] = \left\{ \sum_{i=1}^{k} a_i v_i \ : \ a_1, \ldots, a_k \in \mathbb{R} \right\}$$

é o espaço vetorial gerado por $v_1, \ldots, v_k$.

Se $W \leqslant \mathbb{R}^n$, então

$$W^\perp = \{ v \in \mathbb{R}^n \ : \ v \cdot w = 0 \quad \forall w \in W \}.$$