

Exercícios 11.1

Encontrando termos de uma seqüência

Cada um dos exercícios 1–6 dá uma fórmula para o n -ésimo termo a_n de uma seqüência $\{a_n\}$. Encontre os valores de a_1 , a_2 , a_3 e a_4 .

$$1. \ a_n = \frac{1-n}{n^2}$$

$$2. \ a_n = \frac{1}{n!}$$

$$3. \ a_n = \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1}$$

$$4. \ a_n = 2 + (-1)^n$$

$$5. \ a_n = \frac{2^n}{2^{n+1}}$$

$$6. \ a_n = \frac{2^n - 1}{2^n}$$

Cada um dos exercícios 7–12 dá o primeiro ou os dois primeiros termos de uma seqüência, bem como uma fórmula de recursão para os termos seguintes. Escreva os dez termos iniciais de cada seqüência.

$$7. \ a_1 = 1, \ a_{n+1} = a_n + (1/2^n)$$

$$8. \ a_1 = 1, \ a_{n+1} = a_n/(n+1)$$

$$9. \ a_1 = 2, \ a_{n+1} = (-1)^{n+1} a_n/2$$

$$10. \ a_1 = -2, \ a_{n+1} = n a_n/(n+1)$$

$$11. \ a_1 = a_2 = 1, \ a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$$

$$12. \ a_1 = 2, \ a_2 = -1, \ a_{n+2} = a_{n+1}/a_n$$

Encontrando fórmulas para seqüências

Nos exercícios 13–22, encontre uma fórmula para o n -ésimo termo da seqüência.

13. A seqüência $1, -1, 1, -1, 1, \dots$

Números 1 com os sinais alternados.

14. A seqüência $-1, 1, -1, 1, -1, \dots$

Números 1 com os sinais alternados.

15. A seqüência $1, -4, 9, -16, 25, \dots$

Quadrados dos inteiros positivos com os sinais alternados.

16. A seqüência $1, -\frac{1}{4}, \frac{1}{9}, -\frac{1}{16}, \frac{1}{25}, \dots$

Recíprocos dos quadrados dos inteiros positivos com sinais alternados.

17. A seqüência $0, 3, 8, 15, 24, \dots$

Quadrados dos inteiros positivos menos 1.

18. A seqüência $-3, -2, -1, 0, 1, \dots$

Inteiros começando com -3.

19. A seqüência $1, 5, 9, 13, 17, \dots$

Um ímpar sim, um ímpar não.

20. A seqüência $2, 6, 10, 14, 18, \dots$

Um par sim, um par não.

21. A seqüência $1, 0, 1, 0, 1, \dots$

Alternando 1 e 0.

22. A seqüência $0, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, \dots$

Cada inteiro positivo repetido uma vez.

Encontrando limites

Quais das seqüências $\{a_n\}$ nos exercícios 23–84 convergem e quais divergem? Encontre o limite de cada seqüência convergente.

$$23. \ a_n = 2 + (0,1)^n$$

$$24. \ a_n = \frac{n + (-1)^n}{n}$$

$$25. \ a_n = \frac{1 - 2n}{1 + 2n}$$

$$26. \ a_n = \frac{2n + 1}{1 - 3\sqrt[n]{n}}$$

$$27. \ a_n = \frac{1 - 5n^4}{n^4 + 8n^3}$$

$$28. \ a_n = \frac{n + 3}{n^2 + 5n + 6}$$

$$29. \ a_n = \frac{n^2 - 2n + 1}{n - 1}$$

$$30. \ a_n = \frac{1 - n^3}{70 - 4n^2}$$

$$31. \ a_n = 1 + (-1)^n$$

$$32. \ a_n = (-1)^n \left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

$$33. \ a_n = \left(\frac{n+1}{2n}\right) \left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

$$34. \ a_n = \left(2 - \frac{1}{2^n}\right) \left(3 + \frac{1}{2^n}\right)$$

$$35. \ a_n = \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1}$$

$$36. \ a_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^n$$

$$37. \ a_n = \sqrt[n]{\frac{2n}{n+1}}$$

$$38. \ a_n = \frac{1}{(0,9)^n}$$

$$39. \ a_n = \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{1}{n}\right)$$

$$40. \ a_n = n\pi \cos(n\pi)$$

$$41. \ a_n = \frac{\sin n}{n}$$

$$42. \ a_n = \frac{\sin^2 n}{2^n}$$

$$43. \ a_n = \frac{n}{2^n}$$

$$44. \ a_n = \frac{3^n}{n^3}$$

$$45. \ a_n = \frac{\ln(n+1)}{\sqrt{n}}$$

$$46. \ a_n = \frac{\ln n}{\ln 2n}$$

$$47. \ a_n = 8^{1/n}$$

$$48. \ a_n = (0,03)^{1/n}$$

$$49. \ a_n = \left(1 + \frac{7}{n}\right)^n$$

$$50. \ a_n = \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n$$

$$51. \ a_n = \sqrt[n]{10n}$$

$$52. \ a_n = \sqrt[n]{n^2}$$

$$53. \ a_n = \left(\frac{3}{n}\right)^{1/n}$$

$$54. \ a_n = (n+4)^{1/(n+4)}$$

$$55. \ a_n = \frac{\ln n}{n^{1/n}}$$

$$56. \ a_n = \ln n - \ln(n+1)$$

$$57. \ a_n = \sqrt[n]{4^n n}$$

$$58. \ a_n = \sqrt[n]{3^{2n+1}}$$

$$59. \ a_n = \frac{n!}{n^n} \quad (\text{Sugestão: Compare com } 1/n.)$$

$$60. \ a_n = \frac{(-4)^n}{n!}$$

$$61. \ a_n = \frac{n!}{10^{6n}}$$

$$62. \ a_n = \frac{n!}{2^n \cdot 3^n}$$

$$63. \ a_n = \left(\frac{1}{n}\right)^{1/(\ln n)}$$

$$64. \ a_n = \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

$$65. \ a_n = \left(\frac{3n+1}{3n-1}\right)^n$$