

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7}{4^n} \quad 10. \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{5}{4^n}$$

$$11. \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{5}{2^n} + \frac{1}{3^n} \right) \quad 12. \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{5}{2^n} - \frac{1}{3^n} \right)$$

$$13. \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2^n} + \frac{(-1)^n}{5^n} \right) \quad 14. \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{2^{n+1}}{5^n} \right)$$

Séries telescópicas

Use frações parciais para encontrar a soma de cada série nos exercícios 15–22.

$$15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{(4n-3)(4n+1)} \quad 16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{(2n-1)(2n+1)}$$

$$17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{40n}{(2n-1)^2(2n+1)^2} \quad 18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$$

$$19. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}} \right) \quad 20. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2^{1/n}} - \frac{1}{2^{1/(n+1)}} \right)$$

$$21. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\ln(n+2)} - \frac{1}{\ln(n+1)} \right)$$

$$22. \sum_{n=1}^{\infty} (\operatorname{tg}^{-1}(n) - \operatorname{tg}^{-1}(n+1))$$

Convergência ou divergência

Quais séries nos exercícios 23–40 convergem e quais divergem? Justifique as suas respostas. Se uma série convergir, calcule sua soma.

$$23. \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^n \quad 24. \sum_{n=0}^{\infty} (\sqrt{2})^n$$

$$25. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{3}{2^n} \quad 26. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} n$$

$$27. \sum_{n=0}^{\infty} \cos n\pi \quad 28. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos n\pi}{5^n}$$

$$29. \sum_{n=0}^{\infty} e^{-2n} \quad 30. \sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{1}{n}$$

$$31. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{10^n} \quad 32. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{x^n}, \quad |x| > 1$$

$$33. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n - 1}{3^n} \quad 34. \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n} \right)^n$$

$$35. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n!}{1.000^n} \quad 36. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$$

$$37. \sum_{n=1}^{\infty} \ln \left(\frac{n}{n+1} \right) \quad 38. \sum_{n=1}^{\infty} \ln \left(\frac{n}{2n+1} \right)$$

$$39. \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{e}{\pi} \right)^n \quad 40. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{n\pi}}{\pi^{n^2}}$$

Séries geométricas

Em cada uma das séries geométricas nos exercícios 41–44, escreva seus primeiros termos para encontrar a e r e calcule a soma das séries. A seguir, expresse a desigualdade $|r| < 1$ em

termos de x e encontre os valores de x para os quais a desigualdade é válida e a série converge.

$$41. \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^n \quad 42. \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^{2n}$$

$$43. \sum_{n=0}^{\infty} 3 \left(\frac{x-1}{2} \right)^n \quad 44. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2} \left(\frac{1}{3 + \operatorname{sen} x} \right)^n$$

Nos exercícios 45–50, encontre os valores de x para os quais a série geométrica dada converge. Encontre também a soma das séries (como uma função de x) para esses valores de x .

$$45. \sum_{n=0}^{\infty} 2^n x^n \quad 46. \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^{-2n}$$

$$47. \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (x+1)^n \quad 48. \sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{1}{2} \right)^n (x-3)^n$$

$$49. \sum_{n=0}^{\infty} \operatorname{sen}^n x \quad 50. \sum_{n=0}^{\infty} (\ln x)^n$$

Dízimas periódicas

Expresse cada um dos números nos exercícios 51–58 como a razão de dois inteiros.

$$51. 0,\overline{23} = 0,23 \ 23 \ 23\dots$$

$$52. 0,\overline{234} = 0,234 \ 234 \ 234\dots$$

$$53. 0,\overline{7} = 0,7777\dots$$

$$54. 0,\overline{d} = 0,ddd\dots, \quad \text{onde } d \text{ é um dígito}$$

$$55. 0,\overline{06} = 0,06666\dots$$

$$56. 1,\overline{414} = 1,414 \ 414 \ 414\dots$$

$$57. 1,24\overline{123} = 1,24 \ 123 \ 123 \ 123\dots$$

$$58. 3,1428\overline{57} = 3,142857 \ 142857\dots$$

Teoria e exemplos

59. No Exercício 5, as séries também podem ser escritas como

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+2)} \quad \text{e} \quad \sum_{n=-1}^{\infty} \frac{1}{(n+3)(n+4)}$$

Escreva-a como uma soma começando em (a) $n = -2$, (b) $n = 0$, (c) $n = 5$.

60. No Exercício 6, as séries podem ser escritas como

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{n(n+1)} \quad \text{e} \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{5}{(n+1)(n+2)}$$

Escreva-a como uma soma começando em (a) $n = -1$, (b) $n = 3$, (c) $n = 20$.

61. Componha uma série infinita de termos diferentes de zero cuja soma seja

$$(a) \ 1 \quad (b) \ -3 \quad (c) \ 0$$

62. (Continuação do Exercício 61.) Você é capaz de fazer uma série infinita de termos diferentes de zero que convirja para qualquer número que quiser? Explique.