63. Mostre que $\Sigma(a_n/b_n)$ pode divergir mesmo quando Σa_n e Σb_n convergem e nenhum b_n se iguala a 0.

64. Encontre séries geométricas $A = \Sigma a_n$ e $B = \Sigma b_n$ que ilustrem que $\Sigma a_n b_n$ pode convergir sem que seja igual a AB.

65. Mostre que $\Sigma(a_n/b_n)$ pode convergir para algum número diferente de A/B mesmo que $A = \Sigma a_n$, $B = \Sigma b_n \neq 0$ e nenhum b_n seja igual a zero.

66. Se Σa_n converge e $a_n > 0$ para todo n, pode-se dizer algo a respeito de $\Sigma(1/a_n)$? Justifique a sua resposta.

67. O que acontece se você acrescentar um número finito de termos a uma série divergente ou retirar um número finito de termos de uma série divergente? Justifique a sua resposta.

68. Se Σa_n converge e Σb_n diverge, pode-se dizer algo sobre o somatório termo a termo $\Sigma(a_n + b_n)$? Justifique a sua resposta.

69. Crie uma série geométrica Σar^{n-1} que convirja para o número 5 se

(a) $a = 2$ (b) $a = 13/2$

70. Encontre o valor de b para o qual

$$1 + e^b + e^{2b} + e^{3b} + \ldots = 9$$

71. Para quais valores de r a série infinita

$$1 + 2r + r^2 + 2r^3 + r^4 + 2r^5 + r^6 + \ldots$$

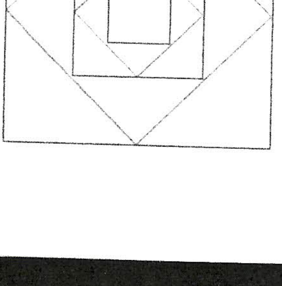
converge? Encontre a soma da série quando ela converge.

72. Mostre que o erro $(L - s_n)$ obtido substituindo-se uma série geométrica convergente por uma das suas somas parciais s_n é $ar^n/(1 - r)$.

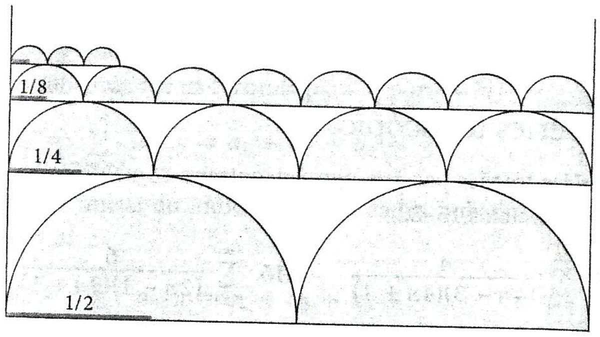
73. Uma bola é largada de uma altura de 4 m. Cada vez que ela atinge o solo depois de ter caído de uma altura de h metros, é rebatida a uma altura de $0{,}75h$ m. Calcule a distância vertical total que a bola percorre para cima e para baixo.

74. *(Continuação do Exercício 73.)* Calcule o número total de segundos que a bola do Exercício 73 fica pulando. (*Sugestão*: A fórmula $s = 4{,}9t^2$ fornece $t = \sqrt{s/4{,}9}$.

75. A figura a seguir mostra os primeiros cinco quadrados de uma seqüência. O quadrado externo tem área de 4 m². Cada um dos outros quadrados é obtido ligando-se os pontos médios dos lados do quadrado anterior. Calcule a soma das áreas de todos os quadrados.



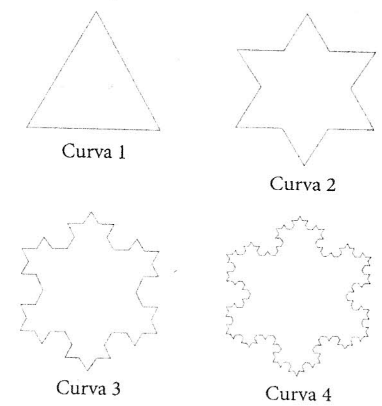
76. A figura a seguir mostra as primeiras três fileiras e parte da quarta de uma seqüência de fileiras de semicírculos. Há 2^n semicírculos na n-ésima fileira, cada um com raio $1/2^n$. Encontre a soma das áreas de todos os semicírculos.



77. **Curva do floco de neve de Helga von Koch** A curva do floco de neve de Helga von Koch é uma curva de comprimento infinito que engloba uma região de área finita. Para entender a razão disso, imagine que a curva é gerada a partir de um triângulo eqüilátero cujos lados têm comprimento igual a 1.

(a) Encontre o comprimento L_n da n-ésima curva C_n e mostre que $\lim_{n\to\infty} L_n = \infty$.

(b) Encontre a área A_n da região circundada por C_n e calcule $\lim_{n\to\infty} A_n$.



78. A figura a seguir fornece uma prova informal de que $\sum_{n=1}^{\infty} (1/n^2)$ é menor que 2. Explique o que está acontecendo. (*Fonte*: "Convergence with pictures", de P. J. Rippon, *American Mathematical Monthly*, v. 93, n. 6, 1986, p. 476-478.)