negativos) até que o total seja novamente menor que 1. Esse processo pode continuar indefinidamente. Como tanto os termos de ordem par quanto os de ordem ímpar da série original se aproximam de zero quando $n \to \infty$, também se aproxima de zero a quantidade na qual nossas somas parciais excedem 1 ou ficam abaixo desse valor. Dessa maneira, a nova série converge para 1. A série rearranjada começa assim:

$$\frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{4} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{6} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} - \frac{1}{8} + \frac{1}{15} +$$
$$\frac{1}{17} - \frac{1}{10} + \frac{1}{19} + \frac{1}{21} - \frac{1}{12} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} - \frac{1}{14} + \frac{1}{27} - \frac{1}{16} + \cdots$$

O tipo de comportamento ilustrado pela série no Exemplo 6 é típico do que pode acontecer com qualquer série condicionalmente convergente. Assim sendo, devemos sempre somar os termos de uma série condicionalmente convergente na ordem em que são dados.

Desenvolvemos vários tipos de testes para convergência e divergência de séries. Em resumo,

1. **Teste do n-ésimo termo:** A menos que $a_n \to 0$, a série diverge.
2. **Séries geométricas:** $\sum ar^n$ converge se $|r| < 1$; caso contrário, diverge.
3. **p-séries:** $\sum 1/n^p$ converge se $p > 1$; caso contrário, diverge.
4. **Séries com termos não negativos:** Experimente o teste da integral, o teste da razão ou o teste da raiz. Tente comparar a uma série conhecida por meio do teste de comparação.
5. **Série com alguns termos negativos:** $\sum |a_n|$ converge? Caso afirmativo, $\sum a_n$ também converge; já que a convergência absoluta implica a convergência.
6. **Séries alternadas:** $\sum a_n$ converge se a série satisfaz as três condições do teste da série alternada.

Exercícios 11.6

Determinando a convergência ou a divergência

Quais das séries alternadas nos exercícios 1–10 convergem e quais divergem? Justifique suas respostas.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n^2}$
2. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n^{3/2}}$
3. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left(\frac{n}{10}\right)^n$
4. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{10^n}{n^{10}}$
5. $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\ln n}$
6. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\ln n}{n}$
7. $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\ln n}{\ln n^2}$
8. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n} \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right)$
9. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\sqrt{n}+1}{n+1}$
10. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{3\sqrt{n+1}}{\sqrt{n}+1}$

Convergência absoluta

Quais das séries nos exercícios 11–44 convergem absolutamente, quais convergem e quais divergem? Justifique as suas respostas.

11. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} (0,1)^n$
12. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(0,1)^n}{n}$
13. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n} \frac{1}{\sqrt{n}}$
14. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{1+\sqrt{n}}$
15. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{n^3+1}$
16. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n!}{2^n}$
17. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n} \frac{1}{n+3}$
18. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n} \frac{\operatorname{sen} n}{n^2}$
19. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{3+n}{5+n}$
20. $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{n} \frac{1}{\ln(n^3)}$
21. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1+n}{n^2}$
22. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^{n+1}}{n+5^n}$
23. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n} n^2 (2/3)^n$
24. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left(\sqrt[n]{10}\right)$
25. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n} \frac{\operatorname{tg}^{-1} n}{n^2+1}$
26. $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n \ln n}$