

SOLUÇÃO Sejam

$$A(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n = 1 + x + x^2 + \cdots + x^n + \cdots = 1/(1-x)$$

$$B(x) = \sum_{n=0}^{\infty} b_n x^n = 1 + x + x^2 + \cdots + x^n + \cdots = 1/(1-x)$$

e

$$c_n = \underbrace{a_0 b_n + a_1 b_{n-1} + \cdots + a_k b_{n-k} + \cdots + a_n b_0}_{n+1 \text{ termos}}$$

$$= \frac{1 + 1 + \cdots + 1}{n+1 \text{ unidades}} = n+1$$

Então, pelo teorema da multiplicação de séries,

$$\begin{aligned} A(x) \cdot B(x) &= \sum_{n=0}^{\infty} c_n x^n = \sum_{n=0}^{\infty} (n+1)x^n \\ &= 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \cdots + (n+1)x^n + \cdots \end{aligned}$$

é a série para  $1/(1-x)^2$ . A série toda converge absolutamente para  $|x| < 1$ .

O Exemplo 4 dá a mesma resposta porque

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{1}{1-x} \right) = \frac{1}{(1-x)^2}$$

## Exercícios 11.7

### Intervalos de convergência

Nos exercícios 1–32, (a) determine o raio e o intervalo de convergência da série. Para quais valores de  $x$  a série converge (b) absolutamente e (c) condicionalmente?

1.  $\sum_{n=0}^{\infty} x^n$

2.  $\sum_{n=0}^{\infty} (x+5)^n$

3.  $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (4x+1)^n$

4.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3x-2)^n}{n}$

5.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{10^n}$

6.  $\sum_{n=0}^{\infty} (2x)^n$

7.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{nx^n}{n+2}$

8.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x+2)^n}{n}$

9.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n\sqrt{n}3^n}$

10.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{\sqrt{n}}$

11.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n!}$

12.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n x^n}{n!}$

13.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{n!}$

14.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2x+3)^{2n+1}}{n!}$

15.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n^2+3}}$

16.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{\sqrt{n^2+3}}$

17.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n(x+3)^n}{5^n}$

18.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{nx^n}{4^n(n^2+1)}$

19.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt{nx^n}}{3^n}$

20.  $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[n]{n}(2x+5)^n$

21.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n x^n$

22.  $\sum_{n=1}^{\infty} (\ln n)x^n$

23.  $\sum_{n=1}^{\infty} n^n x^n$

24.  $\sum_{n=0}^{\infty} n!(x-4)^n$

25.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(x+2)^n}{n2^n}$

26.  $\sum_{n=0}^{\infty} (-2)^n (n+1)(x-1)^n$

27.  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{n(\ln n)^2}$

Pegue as informações sobre  $\sum 1/(n(\ln n)^2)$  no Exercício 39 da Seção 11.3.

28.  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{n \ln n}$

Pegue as informações sobre  $\sum 1/(n \ln n)$  no Exercício 38 da Seção 11.3.

29.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(4x-5)^{2n+1}}{n^{3/2}}$

30.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3x+1)^{n+1}}{2n+2}$

31.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+\pi)^n}{\sqrt{n}}$

32.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-\sqrt{2})^{2n+1}}{2^n}$