Linguagens Formais e Autômatos
Primeira Prova

Conceitos Básicos, Expressões Regulares, Gramáticas Regulares e Livres de Contexto e Autômatos Finitos

25 de maio de 1999

Prof. Mauricio Ayala

Duração: 110 min.
Inicio: 14:05.
Entrega: 15:55.
2 Páginas, 4 Questões

Nome:	Matrícula:

1. (a) (0.2 pts.) Construa o DFA para reconhecimento da linguagem das palavras com número ímpar de a's e b's sobre o alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$.

   (b) (0.8 pts.) Baseado no DFA do item anterior e usando o algoritmo de construção de expressões regulares correspondentes a DFAs, construa uma expressão regular para esta linguagem.

2. Considere o autômato finito da figura 1, M:

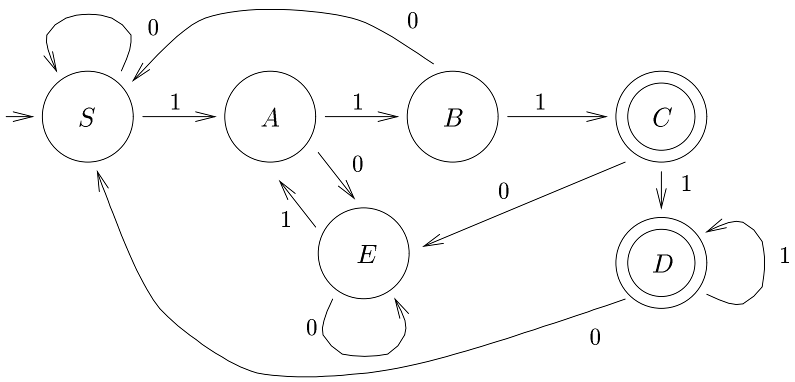

Figura 1: DFA do exercício 2

   (a) (0.6 pts.) Escreva uma gramática regular para $L(M)$.

(b) (1.0 pts.) Construa um autômato finito mínimo para $L(M)$, usando o algoritmo de minimização de DFAs.

(c) (0.4 pts.) Escreva uma expressão regular para $L(M)$.

3. Que comprimento têm as derivações de palavras de comprimento n geradas por gramáticas livres de contexto em

   (a) (0.5 pts.) forma normal de Chomsky e

   (b) (0.5 pts.) forma normal de Greibach?

   Justifique suas respostas.

4. Considere palavras e conjuntos sobre o alfabeto binário $\Sigma = \{0, 1\}$.

   A *distância de Hamming* entre duas palavras u e v é definida por

$$H(u, v) = \left\{ \begin{array}{l} \infty, \text{ se } |u| \neq |v| \\ \text{número de posições em que } u \text{ e } v \text{ são diferentes, se } |u| = |v| \end{array} \right\}$$

   Por exemplo, $H(0100, 1100) = 1 = H(01, 00)$.

   A definição anterior estende-se de maneira natural para palavras e conjuntos (o linguagens) de palavras binárias: seja $u \in \Sigma^*, A \subseteq \Sigma^*$,

$$H(u, A) = \text{Mínimo}_{v \in A} H(u, v)$$

   Para qualquer linguagem binária, $A \in \Sigma^*$, define-se a linguagem de subpalavras a uma distância de Hamming máximo $k \geq 0$ por

$$dH_k(A) = \{u \mid H(u, A) \leq k\}$$

   Por exemplo,

$$dH_1(\{0100\}) = \{0000, 1100, 0110, 0101, 0100\}$$
$$dH_2(\{0100\}) = dH_1(\{0100\}) \cup \{1000, 1110, 1101, 0010, 0001, 0111\}$$

   (a) (1.0 pts) Demonstre que se $L \subseteq \Sigma^*$ é uma linguagem regular sobre o alfabeto Σ, então $dH_2(L)$ o é.
   Ajuda: Se L é aceita por um DFA $M = (Q, \Sigma, q_0, \delta, F)$, construa um NDFA para aceitar a linguagem $dH_2(L)$ com estados $Q \times \{0, 1, 2\}$, onde o segundo componente de cada estado indica quantos erros (ou diferenças) têm ocorrido até um certo momento da computação. Use não determinismo para adivinhar a palavra $u \in L$ para a qual a entrada v é similar e onde os erros ocorrem. A idéia essencialmente é constroir duas réplicas do autômato original, sendo que no autômato original se processam palavras sem diferenças; na primeira réplica, palavras com um erro e; na segunda réplica, palavras com duas diferençãs. O não-determinismo será, então, a chave para transferir o processamento entre o autômato original e as réplicas.

Boa sorte!