Linguagens Formais e Autômatos

Segunda Prova

Gramáticas Livres de Contexto, Sensíveis ao Contexto e Irrestritas, Autômatos à Pilha e Linearmente Limitados e Máquinas de Turing, Linguagens Livres de Contexto, Sensíveis ao Contexto, Recursivas e Recursivamente Enumeráveis

27 de julho de 1999

Prof. Mauricio Ayala

Duração: 110 min.
Inicio: 14:05.
Entrega: 15:55.
3 Páginas, 4 Questões

Nome:	Matrícula:

1. Use o teorema de Rice para provar que as seguintes propriedades de linguagens recursivamente enumeráveis são indecidíveis:

   (a) (0.5 pts) L contém uma palavra fixa w;

   (b) (0.5 pts) L é regular;

2. (1.0 pts) Explique as relações entre as funções primitivas recursivas, as funções (totais) recursivas, as funções parciais recursivas e as funções Turing-computáveis.

3. Demonstre que o problema de verificar se duas máquinas de Turing, M_1 e M_2, geram a mesma saída é indecidível. Siga os seguintes passos:

   (a) (0.3 pts) *Verifique* que é possível construir *algoritmos* $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ tais que para entrada $R(M)w$ geram códigos de máquinas de Turing, $R(M_{\mathcal{A}})$ e $R(M_{\mathcal{B}})$, com o seguinte comportamento:

   - se $w \in L(M)$, então $M_{\mathcal{A}}$ tem saída 0 e $M_{\mathcal{B}}$ saída 1 para qualquer entrada;
   - se $w \notin L(M)$, então $M_{\mathcal{A}}$ e $M_{\mathcal{B}}$ não produzem nenhuma saída.

   $M_{\mathcal{A}}$ e $M_{\mathcal{B}}$ são máquinas de Turing compostas como ilustrado na figura 1, onde $M_{\to 0}$ e $M_{\to 1}$ são TMs com saída 0 e 1, respectivamente, para qualquer entrada.

   (b) (0.5 pts) Suponha a existência de uma TM, $M_=$, (que sempre pára) que responde se dois códigos $R(M_1)$ e $R(M_2)$ de TMs geram as mesmas saídas.
   Construa, então, uma TM composta usando $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, e $M_=$ que contradiz o fato de que a linguagem universal $L_u = \{R(M)w \mid w \in L(M)\}$, não é recursiva. Para isto *complete* a figura 2 ilustrando sua construção e *verifique* que a TM composta desenhada efetivamente reconhece a linguagem L_u, sob hipótese da existência de $M_=$.

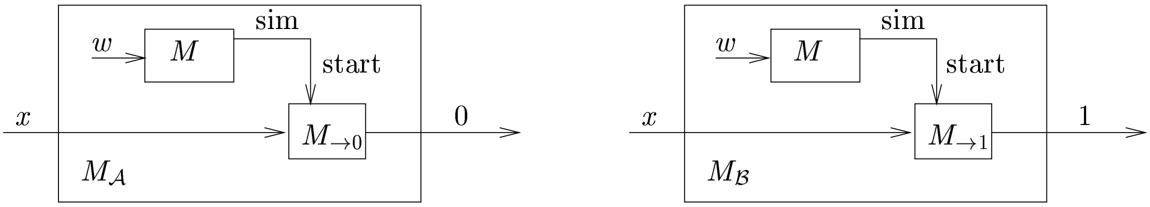

Figura 1: TMs $M_{\mathcal{A}}$ e $M_{\mathcal{B}}$

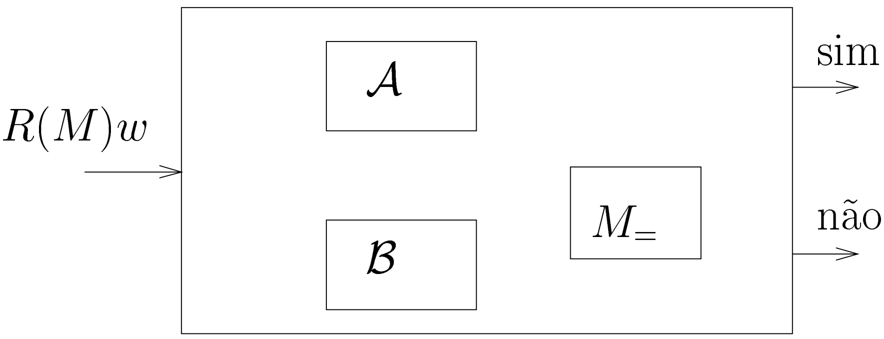

Figura 2: TM composta de $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$ e $M_=$

(c) (0.2 pts) Aplique a tese de Church-Turing para estender o resultado anterior para a indecidibilidade do problema de determinar se dois programas numa linguagem real de programação geram a mesma saída.

(d) (1.0 pts) Para completar a prova demonstre que a linguagem L_u é efetivamente indecidível, provando que o problema de decidir se uma TM M com entrada w pára, pode ser reduzido ao de decidir se uma TM aceita w (i.e., reduzir a linguagem $L_h = \{R(M)w \mid M \text{ pára com entrada } w\}$ a L_u).

4. No seguinte desenho ilustra-se parcialmente as relações entre linguagens da Hierarquia de Chomsky.

   Complete o desenho e responda as seguintes questões justificando brevemente as relações entre as seguintes classes de linguagens: linguagens regulares (RLs), linguagens livres de contexto (CFLs), linguagens sensíveis ao contexto (CSLs) e linguagens recursivas (Rec.Ls) e recursivamente enumeráveis (RELs).

   (a) (0.1 pts) Relacione RLs e CFLs.

   (b) (0.1 pts) Relacione CFLs e CSLs.

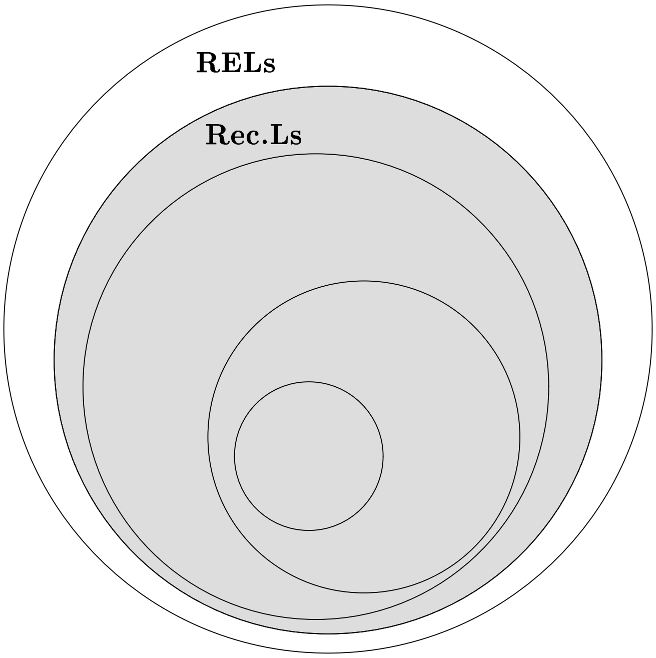

Figura 3: Hierarquia de Chomsky

(c) (0.1 pts) Relacione CSLs e RELs.

(d) (0.1 pts) Apresente um exemplo de uma CFL não regular.

(e) (0.1 pts) Apresente um exemplo de uma CSL não livre de contexto.

(f) (0.1 pts) Apresente um exemplo de uma REL não sensível ao contexto.

(g) (0.4 pts) Que classe de linguagens corresponde aos problemas decidíveis?

(h) (0.5) Qual é essencialmente a diferença entre linguagens recursivas e recursivamente enumeráveis, do ponto de vista de computabilidade.

Boa sorte!