



Universidade de Brasília

# XI SUMMER WORKSHOP IN MATHEMATICS

February 18-22, 2019

## BOOK OF ABSTRACTS



**UnB**

Instituto de  
Ciencias Exatas

Departamento  
de Matemática



**Universidade de Brasília**

XLVIII SUMMER SCHOOL

XI SUMMER WORKSHOP IN  
MATHEMATICS

Book of Abstracts



# **Universidade de Brasília**

Reitor(a) da Universidade de Brasília: Profa. Dra. Márcia Abrahão Moura  
Decano de Graduação: Prof. Dr. Sergio Antônio Andrade de Freitas  
Decana de Pesquisa e Pós-Graduação: Profa. Dra. Adalene Moreira Silva  
Decana de Extensão: Profa. Dra. Olgamir Amâncio  
Diretor(a) do Instituto de Ciências Exatas: Prof. Dr. Gladston Luiz da Silva  
Chefe do Departamento de Matemática: Prof. Dr. Ricardo Ruviaro  
Coordenador(a) de Extensão: Profa. Dra. Regina da Silva Pina Neves  
Coordenador(a) de Pós-Graduação: Prof. Dr. Carlos Alberto Pereira dos Santos

Brasília, February of 2019.



# Universidade de Brasília

XLVIII Summer School  
XI Summer Workshop in Mathematics

Coordinators of the XI Summer Workshop in Mathematics and the XLVIII Summer School of MAT-UnB:

Ederson Moreira dos Santos (ICMC-USP)  
Emerson Ferreira de Melo (UnB)  
Igor dos Santos Lima (UnB)

Coordinators of sessions of the XI Summer Workshop in Mathematics

Algebra: Alex Cazarredo Dantas  
Analysis: João Marcos Bezerra do Ó  
Dynamical Systems: Lucas Conque Seco Ferreira  
Geometry: João Paulo dos Santos  
Mathematics Education: Raquel Dörr  
Mechanics: Andrea Genovese Oliveira  
Number Theory: Matheus Bernardini  
Probability: Paulo Henrique P. da Costa  
Theory of Computation: Daniele Nantes Sobrinho

Book of abstracts: José Antônio O. de Freitas and Nathália Nogueira Gonçalves  
Graphic designer: Henrique Costa dos Reis and Janaína Mendes Pereira da Silva

Brasília, February of 2019.

# Preface

Dear Participants,

It is with great pleasure that we welcome you to the XI Summer Workshop in Mathematics, held between the 18th and 22nd of February 2019, in parallel with the courses of the XLVII Summer School of the Department of Mathematics of the University of Brasília.

The Summer School was idealized in the early 1970s and, in these more than 40 years of tradition, has promoted the scientific and cultural exchange among its participants in multiple perspectives. These academic interactions are central to the advancement of knowledge and to provide invaluable research collaborations. In fact, the Postgraduate Program in Mathematics at the University of Brasília, currently rated grade 7 at CAPES, has benefited greatly from an active and productive academic environment, and events such as the Workshop were important for our program to achieve this level of excellence.

This event will promote lectures for scientific dissemination and minicourses in different areas of interest, providing Summer School participants with multiple perspectives concerning several mathematical research areas, especially those areas of interest of the researchers at MAT / UnB. The main objective of these activities is the exchange and dissemination of the work developed by the researchers and postgraduate students taking part in the event. Hence, we would like to thank all the support and commitment of the sub-coordinators of the Workshop and of the undergraduate and postgraduate secretary of the Department of Mathematics.

We particularly appreciate the substantial support from the University of Brasília, the FAP-DF and CAPES, which provided us with essential resources for the organization of this event.

Finally, we would like to wish you a great stay in Brasília and at the University of Brasília. We hope you attend many lectures, interact with several people, learn lots of math and, above all, have fun!

With best regards,

Ederson Moreira dos Santos (ICMC-USP), Emerson Ferreira de Melo (UnB) e Igor dos Santos Lima (UnB)

Coordinators of the XI Summer Workshop in Mathematics and the XLVIII Summer School of MAT-UnB

# Algebra

## Finite geometries and related groups

Alexandre Grichkov (shuragri@gmail.com)  
USP

**Abstract.** By definition a set  $P$  with some subset  $L(P)$  of finite subsets of  $P$  is called finite geometry if for every two different elements  $a, b$  from  $P$  there exists unique element  $l(a,b)$  from  $L(P)$  such that  $a,b$  are contained in  $l(a,b)$ . We study groups and quasigroups related to finite geometry  $(P,L(P))$ , such as group of automorphisms and absolutely simple idempotent quasigroups. In particular, we prove some important properties of free finite geometries and extension of two geometries.

## Decision Problems in Homeomorphism Groups

Altair Santos de Oliveira Tostí (altairstot@gmail.com)  
UNICAMP

**Abstract.** Monod's group  $H := H(\mathbb{R})$  introduced in (Monod, *Proc. Nat. Acad. Sci.* **110**(12), 2013, 4524–4527) is a group of piecewise projective orientation-preserving homeomorphisms of  $\mathbb{R} \cup \{\infty\}$  which stabilize infinity and is another counterexample of the von Neumann-Day conjecture. The group  $H$  can also be regarded as homeomorphisms of  $\mathbb{R}$ : we say that an element  $f \in H$  if there are finitely many points  $t_1, t_2, \dots, t_n$  such that on each interval  $[t_i, t_{i+1}]$

$$f: t \mapsto \frac{a_i t + b_i}{c_i t + d_i}, \text{ where } a_i d_i - c_i b_i = 1, \text{ for suitable } a_i, b_i, c_i, d_i \in \mathbb{R}$$

and  $f: t \mapsto (a_0 t + b_0)/d_0$  on  $(-\infty, t_1]$  and  $f: t \mapsto (a_n t + b_n)/d_n$  on  $[t_n, +\infty)$ . Given a subring  $A$  of  $\mathbb{R}$ , the subgroup  $H(A)$  of  $H$  consists of all elements which are piecewise in  $\text{PSL}_2(A)$  with breakpoints in  $\mathcal{P}_A$ , the set of fixed points of hyperbolic elements of  $\text{PSL}_2(A)$ .

In this project, we study decision and classification problems in  $H$  and its subgroups by generalizing techniques developed in (Kassabov and Matucci, *Groups, Geom. Dyn.* **6**(2), 2012, 279–315) and (Burillo, Matucci, Ventura, *Israel J. Math.* **216**(1), 2016, 15–59).

## Minimal varieties of superalgebras and of algebras with involution

Ana Cristina Vieira (anacris@ufmg.br)  
UFMG

**Abstract.** In this talk, we will present some results recently obtained about minimal supervarieties and minimal  $*$ -varieties of polynomial growth of codimensions.

# Groups having the same holomorph

**Andrea Caranti** ([andrea.caranti@gmail.com](mailto:andrea.caranti@gmail.com))

Department of Mathematics - University of Trento

**Abstract.** Given a group  $G$ , the normaliser  $N_{S(G)}(\rho(G))$  of the image  $\rho(G)$  of its right regular representation in the group  $S(G)$  of permutations on the set  $G$  is isomorphic to the holomorph of  $G$ , that is, to the natural split extension of  $G$  by its automorphism group. More generally, if  $N$  is a regular subgroup of  $S(G)$ , its normaliser  $N_{S(G)}(N)$  will be isomorphic to the holomorph of  $N$ . It is then natural to say that  $G$  and  $N$  have the same holomorph when the respective normalisers coincide, that is,

$$N_{S(G)}(\rho(G)) = N_{S(G)}(N).$$

We will discuss

- the case [CDV17] when  $G$  is abelian and finitely generated, where we have redone work of Mills [Mil51] via associated rings, and
- the case [CDV18] when  $G$  is finite and perfect, which leads among others to the following question, which appears to be still open:

Is there a finite, quasisimple group  $Q$  such that the centre  $Z(Q)$  of  $Q$  is not an elementary abelian 2-group, and the automorphism group of  $Q$  acts trivially on  $Z(Q)$ ?

(Both cases are joint work with Francesca Dalla Volta.)

We will then discuss the case [Car18] when  $G$  is a finite  $p$ -group of nilpotency class two. Here we consider the group

$$T(G) = N_{S(G)}(N_{S(G)}(\rho(G)))/N_{S(G)}(\rho(G)),$$

(the group  $N_{S(G)}(N_{S(G)}(\rho(G)))$  is referred to as the multiple holomorph of  $G$  in the literature), that acts regularly on the set of the regular subgroups  $N$  which have the same holomorph as  $G$ , and are isomorphic to  $G$ , and show that its structure can be somewhat intricate.

The problems we consider can be reformulated in terms of skew braces.

**Keywords:** groups, finitely generated abelian groups, perfect groups,  $p$ -groups of class two, holomorph, multiple holomorph, regular subgroups, skew braces.

## References

- [Car18] A. Caranti, *The multiple holomorphs of finite  $p$ -groups of class two*, J. Algebra **516** (2018), 352–372.
- [CDV17] A. Caranti and F. Dalla Volta, *The multiple holomorph of a finitely generated abelian group*, J. Algebra **481** (2017), 327–347.
- [CDV18] A. Caranti and F. Dalla Volta, *Groups that have the same holomorph as a finite perfect group*, J. Algebra **507** (2018), 81–102.
- [Mil51] W. H. Mills, *Multiple holomorphs of finitely generated abelian groups*, Trans. Amer. Math. Soc. **71** (1951), 379–392.

## Group action on surfaces and varieties

**Angel Carocca** ([angel.carocca@ufrontera.cl](mailto:angel.carocca@ufrontera.cl))

Universidad de La Frontera

**Abstract.** Our interest focuses on the study of group actions on Compact Riemann Surfaces and Abelian varieties. The main aspects considered in this communication are those properties of the different linear representations induced by the action of group on geometric objects associated to Riemann Surfaces and Abelian Varieties, such as the Riemann-Roch space of a divisor, varieties associated to subgroups, the symmetric endomorphisms space (or Neron-Severi space), the endomorphisms ring, among others.

## Locally nilpotent derivations on (noncommutative) rings

**Angelo Calil Bianchi** ([angelobianchi@live.com](mailto:angelobianchi@live.com))

Unifesp

**Abstract.** We present several aspects about derivations and locally nilpotent derivations on (non-commutative) rings with emphasis on the construction of an algebraic invariant due to Makar-Limanov. The approach consider, as example and motivation, certain well known rings and address some famous questions on polynomial rings and other structures.

## Graded Algebras whose Neutral Component Satisfies a Polynomial Identity of Degree 2

**Antonio Marcos Duarte de Fran  a** ([mardua13@gmail.com](mailto:mardua13@gmail.com))

UnB

**Abstract.** Let  $\mathfrak{A}$  be an associative algebra over a field  $\mathbb{F}$  graded by a group  $G$  and  $e$  be the unit of  $G$ . In this work, we have studied and we have answered the following question: what can we say about a graded algebra  $\mathfrak{A}$  when  $\mathfrak{A}_e$  satisfies a polynomial identity of degree 2? In this sense, we have studied the class of  $G$ -graded rings whose neutral component is nil and the class of all the graded algebras whose neutral component is commutative. First, we have proved that, under suitable conditions, any  $G$ -graded (associative) ring with nil neutral component is a nil ring. Among other results, using Nagata-Higman Theorem we obtain a important application of our results. Besides that, we have exhibited a considerable relation between graded rings and K  the's Problem. After, for  $G$  a cyclic group of prime order and  $\text{char}(\mathbb{F}) = 0$ , we have proved that any  $G$ -graded finite dimensional associative  $\mathbb{F}$ -algebra with commutative neutral component is  $GPI$ -equivalent to a semiprime graded algebra, and hence, we have exhibited a complete description of algebras graded by a cyclic group of prime order whose neutral component is commutative. Finally, we have showed that if  $\mathfrak{A}_e$  satisfies a polynomial identity  $f$  of degree 2, then  $f = f(x, y)$  is either  $x^2$ ,  $xy$  or  $[x, y]$ , and hence, we have answered the above question. This is a joint work with Irina Sviridova (UnB).

**MSC:** 13A02; 16R10; 16R20; 16W22; 16W50.

**Keywords:**  $G$ -graded ring, nil ring, neutral component, K  the's Problem, Nagata-Higman Theorem.  $G$ -graded associative algebra,  $GPI$ -algebra, graded identities, commutative component.

## Isoclinism and classification of finite p-groups.

**Carlo Maria Scoppola** ([scoppola@univaq.it](mailto:scoppola@univaq.it))  
 Universita' dell'Aquila

**Abstract.** In 1940 P. Hall introduced the notion of isoclinism among groups, and suggested that in some cases this notion could help in studying finite p-groups. In this talk we show how this idea was used in recent years to study classes of groups.

## On simple commutator words

**Carmine Monetta** ([cmonetta@unisa.it](mailto:cmonetta@unisa.it))  
 University of Salerno

**Abstract.** Let  $F$  be the free group on free generators  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . A *group-word* is any nontrivial element  $w \in F$ , that is, a product of finitely many  $x_i$ 's and their inverses. The elements of the commutator subgroup of  $F$  are called *commutator words*. We say that the commutator word

$$[x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_k}] = [\dots [[x_{i_1}, x_{i_2}], x_{i_3}], \dots, x_{i_k}]$$

is a *simple commutator word*, provided that  $\{i_1, \dots, i_k\} \subseteq \{1, \dots, n\}$  and  $i_1 \neq i_2$ . Examples of simple commutator words are the lower central words and the  $n$ -Engel word  $[x, {}_n y] = [x, y, \dots, y]$ .

The aim of this talk is to present some results obtained in collaboration with Antonio Tortora, regarding the conciseness of simple commutator words when  $n \leq 4$ , and the nilpotency of the verbal subgroup corresponding to simple commutator words in which  $x_{i_1} \neq x_{i_j}$  for every  $j \neq 1$ .

## On graphs encoding the generating properties of groups

**Cristina Acciarri** ([c.acciarri@mat.unb.br](mailto:c.acciarri@mat.unb.br))  
 Universidade de Brasilia

**Abstract.** The generating graph  $\Gamma(G)$  of a finite group  $G$  is the graph defined on the non-identity elements of  $G$  in such a way that two distinct vertices are connected by an edge if and only if they generate  $G$ . The graph  $\Gamma(G)$  gives interesting information only if  $G$  is 2-generated.

We introduce an alternative definition that works in a more general setting and encodes the generating properties of a  $d$ -generated finite group, for any positive integer  $d$ . In the talk we will present some results and questions related to the study of these graphs for finite and infinite groups. This is a joint work with Andrea Lucchini.

## Wreath products in permutation group theory

**Csaba Schneider** ([csaba.schneider@gmail.com](mailto:csaba.schneider@gmail.com))  
 UFMG

**Abstract.** The wreath product construction is an essential tool in permutation group theory. The wreath product of two permutation groups has two widely used actions (namely the imprimitive action and the product action) and understanding these actions is essential in reduction arguments for permutation groups. In several of the classes identified by the O’Nan-Scott Theorem for finite primitive and quasiprimitive groups, the members are constructed using a wreath product. The twisted wreath product is a generalization of the wreath product construction, and a number of important primitive or quasiprimitive permutation groups can be described as twisted wreath products.

In these lectures, we will review the most important properties of wreath products and twisted wreath products. I will present necessary and/or sufficient conditions for the primitivity or quasiprimitivity of such wreath products. We will treat the following topics in more detail:

1. Wreath products, definitions, actions, imprimitive, primitive action, embedding theorems.
2. Wreath products in the O’Nan-Scott theorem for primitive and quasiprimitive groups.
3. Twisted wreath products, the base group action, primitivity and quasiprimitivity of twisted wreath products.

## Grupos e centralizadores de automorfismos coprimos.

**Danilo Sanção da Silveira** ([sancaodanilo@gmail.com](mailto:sancaodanilo@gmail.com))

Universidade Federal de Goiás

**Abstract.** Nesta palestra vamos apresentar avanços recentes obtidos no seguinte problema geral.

Seja  $A$  um grupo de automorfismos de um grupo  $G$ . Qual a influencia que a estrutura dos centralizadores  $C_G(a)$ , onde  $a \in A - \{1\}$ , tem sobre a estrutura de  $G$ ?

## Weak commutativity and isoperimetric functions

**Dessislava Hristova Kochloukova** ([desi@ime.unicamp.br](mailto:desi@ime.unicamp.br))

Unicamp

**Abstract.** Let  $G$  be a group and  $X(G)$  be the weak commutativity group construction defined by Said Sidki in 80s . We will consider some recent results with Martin Bridson (Oxford) about conditions that force the group  $X(G)$  to have a polynomial isoperimetric function.

## Algebras with the same algebraic geometry

**Elena Aladova** ([aladovael@mail.ru](mailto:aladovael@mail.ru))

Federal University of Rio Grande do Norte

**Abstract.** Our recent work is concerned with the studying of algebraic structures by means of Universal Algebraic Geometry. This theory was developed in the papers of B.I. Plotkin [4] and tightly related to the work of E. Daniyarova, A. Myasnikov and V. Remeslennikov [1]. The main aim of the theory is to consider the interaction between algebraic structure of an algebra and its

geometrical and logical properties. This theory uses the ideas and treats the problems related to Universal Algebra, Model Theory and Algebraic Geometry.

One of the natural questions of Universal Algebraic Geometry is the following one.

***When do two algebras from a variety of algebras have the same algebraic geometry?***

This question can be interpreted in various ways. One can say that algebraic geometries of the algebras are the same if the categories of algebraic sets over given algebras are *isomorphic*. On the other side, we can view algebraic geometries of the algebras to be the same if the categories of algebraic sets are *equivalent*.

An important role in the study of the categories of algebraic sets is played by investigations of automorphisms of the category of free finitely generated algebras in a given variety [2], [3], [5], [6].

We are planning to present one of the approaches to the studying of automorphisms of the category of free finitely generated algebras, to consider some results in this area and to discuss open problems.

## References

- [1] E. Daniyarova, A. Myasnikov, V. Remeslennikov, *Algebraic geometry over algebraic structures II: Foundations*, J. Math. Sci., 185:3 (2012), 389–416.
- [2] Y. Katsov, R. Lipyanski, B. Plotkin, *Automorphisms of Categories of Free Modules, Free Semimodules, and Free Lie Modules*, Communications in Algebra, 35:3 (2007), 931–952,
- [3] G. Mashevitzky, B. Plotkin, E. Plotkin, *Automorphisms of categories of free algebras of varieties*, Electronic Research Announcements of AMS, 8 (2002), 1 – 10.
- [4] B. Plotkin, *Some results and problems related to universal algebraic geometry*, Internat. J. Algebra Comput. 17:5-6 (2007), 1133–1164.
- [5] B. Plotkin, G. Zhitomirski, *On automorphisms of categories of free algebras of some varieties*, Journal of Algebra, 306:2 (2006), 344–367.
- [6] A. Tsurkov, *Automorphic equivalence of linear algebras*, Journal of Algebra and Its Applications, 13:7 (2014), 14 pp.

## BFC-theorems for higher commutator subgroups.

**Eloisa Detomi** ([detomi@math.unipd.it](mailto:detomi@math.unipd.it))  
Universita' di Padova

**Abstract.** A BFC-group is a group in which all conjugacy classes are finite with bounded size. In 1954 B. H. Neumann discovered that if  $G$  is a BFC-group then the derived group  $G'$  is finite. Let  $w = w(x_1, \dots, x_n)$  be a multilinear commutator. We study groups in which the conjugacy classes containing  $w$ -values are finite of bounded order. Let  $G$  be a group and let  $w(G)$  be the verbal subgroup of  $G$  generated by all  $w$ -values. We will show that if  $|x^G| \leq m$  for every  $w$ -value  $x$ , then the derived subgroup of  $w(G)$  is finite of order bounded by a function of  $m$  and  $n$ .

We will discuss also the case where the group  $G$  is profinite and the centralizers of  $w$ -values either are finite or have finite index in  $G$ .

# A reduction theorem for nonsolvable finite groups

**Francesco Fumagalli** ([francesco.fumagalli@unifi.it](mailto:francesco.fumagalli@unifi.it))

Universita' di Firenze

**Abstract.** Every finite group  $G$  has a normal series each of whose factors is either a solvable group or a direct product of nonabelian simple groups. The minimum number of nonsolvable factors attained on all possible such series is called the nonsolvable length of the group and denoted by  $\lambda(G)$ . For every integer  $n$ , we define a particular class of groups of nonsolvable length  $n$ , called  $n$ -rarefied, and we show that every finite group of nonsolvable length  $n$  contains an  $n$ -rarefied subgroup. As applications of this result, we improve the known upper bounds on  $\lambda(G)$  and determine the maximum possible nonsolvable length for permutation groups and linear groups of fixed degree respectively dimension.

## Homological Conjectures

**Francismar Ferreira Lima** ([francismarf@utfpr.edu.br](mailto:francismarf@utfpr.edu.br))

Universidade Tecnol'ogica Federal do Paranà (UTFPR)

**Abstract.** A group  $G$  is of type  $FP_n$ , with  $n \geq 0$ , if there is a projective resolution

$$\mathcal{P} : P_n \rightarrow \dots \rightarrow P_i \rightarrow P_{i-1} \rightarrow \dots \rightarrow P_0 \rightarrow \mathbb{Z} \rightarrow 0$$

of trivial  $\mathbb{Z}G$ -module  $\mathbb{Z}$  such that each  $\mathbb{Z}G$ -projective module  $P_i$  is finitely generated for  $0 \leq i \leq n$ . The property  $FP_n$  is a homological version of another homotopic property called  $F_n$ . A group  $G$  is of homotopic type  $F_n$  if, and only if,  $G$  is of homological type  $FP_n$  and finitely presented.

There is a conjecture called  $n$ - $(n+1)$ - $(n+2)$  Conjecture, that we call Homotopic  $n$ - $(n+1)$ - $(n+2)$  Conjecture in this work. This claims that, for  $n \geq 0$ , given two short exact sequences of groups  $N_1 \hookrightarrow G_1 \xrightarrow{\pi_1} Q$  and  $N_2 \hookrightarrow G_2 \xrightarrow{\pi_2} Q$ , if  $N_1$  is of homotopic type  $F_n$ , both  $G_1$  and  $G_2$  are of homotopic type  $F_{n+1}$  and  $Q$  is of homotopic type  $F_{n+2}$ , then the fiber product  $P$  of  $\pi_1$  and  $\pi_2$  is of homotopic type  $F_{n+1}$ .

Related to the latter conjecture there is another one called Virtual Surjection Conjecture, that we also call Homotopic in this work. This claims that, for  $n \geq 2$ , given  $G_1, \dots, G_k$  groups of homotopical type  $F_n$ , where  $n \leq k$ , and  $P \subseteq G_1 \times \dots \times G_k$  a subgroup that virtually surjects on every  $n$  factors, i.e. for every  $1 \leq i_1 < \dots < i_n \leq k$  the image of  $P$  under canonical projection  $P \rightarrow G_{i_1} \times \dots \times G_{i_n}$  has finite index, then  $P$  is of type  $F_n$ .

These conjectures are unsolved until now, but Benno Kuckuck proved some interesting related results in 2012.

Motivated by Kuckuck's work, we have proposed the **Homological  $n$ - $(n+1)$ - $(n+2)$  Conjecture** and **Homological Virtual Surjection Conjecture** that the assertions are the same of the conjectures above replacing  $F_n$  with  $FP_n$ . We have proved analogous results to Kuckuck's results, but using spectral sequences in some of them. Furthermore the work here is quite different from Kuckuck's work because our groups are not finitely presented in general.

In special we have proved Homological 1-2-3 Conjecture when  $Q$  is finitely presented and Homological Virtual Surjection Conjecture when  $n = 2$  (Homological VSP Criterion).

This is a joint work with Dessislava H. Kochloukova.

## Profinite genus of fundamental groups of Sol and Nil 3-manifolds

**Genildo de Jesus Nery** ([genildo.j.nery@gmail.com](mailto:genildo.j.nery@gmail.com))  
UnB

**Abstract.** We prove that the profinite genus of the fundamental group  $\pi_1(M) \cong (\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}) \rtimes_A \mathbb{Z}$  of a Sol 3-manifold  $M$  is equal to the order of the class group of the field  $\mathbb{Q}(\lambda)$ , where  $\lambda$  is an eigenvalue of the matrix  $A$  in  $GL_2(\mathbb{Z})$ .

## Left 3-Engel elements in groups

**Gunnar Traustason** ([alex@mat.unb.br](mailto:alex@mat.unb.br))  
University of Bath

**Abstract.** Let  $G$  be a group. An element  $x$  in  $G$  is said to be left 3-Engel element if  $[[[g, x], x], x] = 1$  for all  $g$  in  $G$ . It is an open question whether  $x$  must be in the locally nilpotent radical. In this talk we give some background to this question and present some recent progress.

## Commuting graph of a finite group

**Irene Naomi Nakaoka** ([innakaoka@uem.br](mailto:innakaoka@uem.br))  
Universidade Estadual de Maringá

**Abstract.** Let  $X$  be a subset of a finite group  $G$ . The commuting graph of  $G$  on the set  $X$ , denoted by  $\mathcal{C}(G, X)$ , is the graph that has  $X$  as its vertex set and two vertices  $x$  and  $y$  are adjacent whenever  $x \neq y$  and  $xy = yx$ . Commuting graphs were first studied by Brauer and Fowler in 1955 with  $X = G - \{1\}$  to prove results fundamental to the Classification of Finite Simple Groups. Since then many papers have investigated  $\mathcal{C}(G, X)$  for different choices of  $X$ , for example, when  $X$  consists of involutions of the group, or  $X = G - Z(G)$ , where  $Z(G)$  denotes the center of  $G$  or  $X = T - Z(G)$ , where  $T$  is a transversal of  $Z(G)$  in  $G$ . In the latter case, we denote the graph  $\mathcal{C}(G, X)$  by  $\mathcal{T}(G)$ . In this talk we will discuss some properties of  $\mathcal{T}(G)$  and the structure of the finite non-abelian groups  $G$  such that the graph  $\mathcal{T}(G)$  satisfies certain particular conditions.

## Some results on Frobenius groups with nilpotent centralizers

**Jhone Caldeira** ([jhone@ufg.br](mailto:jhone@ufg.br))  
UFG

**Abstract.** Let a group  $A$  act by automorphisms on a group  $G$ . We denote by  $CG(A)$  the centralizer of  $A$  in  $G$  (the fixed-point subgroup). Very often the structure of  $CG(A)$  has strong influence over the structure of  $G$ . In particular, some attention was given to the situation where a Frobenius group  $FH$  acts by automorphisms on a finite group  $G$  (recently prompted by Mazurov's problem 17.72 in the Kourovka Notebook). We present some examples about this phenomenon. More precisely, we present the proof of the following result: let  $FH$  be a supersolvable Frobenius group with kernel  $F$  and complement  $H$ . Suppose that a finite group  $G$  admits  $FH$  as a group of automorphisms in such a manner that  $CG(F) = 1$  and  $CG(H)$  is nilpotent of class  $c$ . Then  $G$  is nilpotent of  $(c, |FH|)$ -bounded class.

# Semisimplicity, separability and the Malcev Uniqueness Theorem for pseudocompact algebras

John William Macquarrie (john.macquarrie@gmail.com)

UFMG

**Abstract.** The famous Wedderburn-Malcev Theorem for finite dimensional algebras has been extended in several ways. The “Wedderburn part” – existence of a continuous splitting of the algebra homomorphism  $A \rightarrow A/J(A)$  – has been extended to pseudocompact algebras (under the same conditions as for finite dimensional algebras). However, the useful “Malcev part” – unicity of the splitting up to conjugacy – has not. By studying semisimple and separable pseudocompact algebras, I present a proof of the Malcev uniqueness theorem for pseudocompact algebras. Joint work with Kostiantyn Iusenko (USP) and Mark Kleiner (Syracuse).

# Identidades e Polinômios Centrais Graduados para as Algebras $M_{p,q}(E)$ e seus produtos tensoriais

Leomaques Francisco Silva Bernardo (leomaques@mat.ufcg.edu.br)

UFCG

**Abstract.** Neste trabalho, apresentaremos um estudo sobre identidades e polinômios centrais graduados para algumas álgebras importantes sobre corpos de característica zero. Inicialmente, exibiremos os geradores do ideal das identidades  $\mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_2$ -graduadas para a álgebra  $M_{2,1}(E)$ , onde  $E$  representa a álgebra de Grassmann de dimensão infinita. Em seguida, apresentaremos uma descrição dos polinômios centrais  $\mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_2$ -graduados para a álgebra  $M_{2,1}(E)$ . Depois, forneceremos as descrições dos polinômios centrais  $\mathbb{Z}_n \times \mathbb{Z}_2$ -graduados para as álgebras  $M_{p,q}(E)$ , onde  $p, q \in \mathbb{N}$  e  $n = p + q$  e dos polinômios centrais  $\mathbb{Z}_{nm} \times \mathbb{Z}_2$ -graduados para as álgebras  $M_{p,q}(E) \otimes M_{r,s}(E)$ , onde  $m = r + s$ . Por fim, descreremos as identidades e polinômios centrais  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}_2$ -graduados para as álgebras  $M_{p,q}(E)$  e  $M_{p,q}(E) \otimes M_{r,s}(E)$  e exibiremos as identidades monomiais  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}_2$ -graduadas de  $M_{p,q}(E)$  em alguns casos.

Os resultados deste trabalho foram obtidos junto com o Plamen Koshlukov durante o meu Doutorado no IMECC/UNICAMP.

# The weak commutativity construction for Lie algebras

Luis Augusto de Mendonça (luismendonca@ime.unicamp.br)

Unicamp

**Abstract.** We study the analogue of Sidki's weak commutativity construction, defined originally for groups, in the category of Lie algebras. This is the quotient  $\chi(\mathfrak{g})$  of the Lie algebra freely generated by two isomorphic copies  $\mathfrak{g}$  and  $\mathfrak{g}^\psi$  of a fixed Lie algebra by the ideal generated by the brackets  $[x, x^\psi]$ , for all  $x$ . We exhibit an abelian ideal of  $\chi(\mathfrak{g})$  whose associated quotient is a subdirect sum in  $\mathfrak{g} \oplus \mathfrak{g} \oplus \mathfrak{g}$  and we give conditions for this ideal to be finite dimensional. We show that  $\chi(\mathfrak{g})$  has a subquotient that is isomorphic to the Schur multiplier of  $\mathfrak{g}$ . We prove that  $\chi(\mathfrak{g})$  is finitely presentable

or of homological type  $FP_2$  if and only if  $\mathfrak{g}$  has the same property, but  $\chi(\mathfrak{f})$  is not of type  $FP_3$  if  $\mathfrak{f}$  is a non-abelian free Lie algebra.

## A generalization of the Chermak-Delgado lattice to words in two variables

**Luise-Charlotte Kappe** ([menger@math.binghamton.edu](mailto:menger@math.binghamton.edu))  
Binghamton University

**Abstract.** The Chermak-Delgado measure of a subgroup  $H$  of a finite group  $G$  is defined as the product of the order of  $H$  with the order of the centralizer of  $H$  in  $G$ . The set of all subgroups with maximal Chermak-Delgado measure forms a dual sublattice of the subgroup lattice of  $G$ . In this talk we step back from centralizers and consider four types of centralizer-like subgroups, defined using general words in the alphabet  $\{x, y, x^{(-1)}, y^{(-1)}\}$  instead of the specific commutator word. We show that this generalization results in four sublattices of the subgroup lattice of a finite group, some of which may be equal to one another depending on the word. We consider which properties of the Chermak-Delgado lattice generalize to the new lattices, and which properties are specialized in the Chermak-Delgado lattice.

This is joint work with Elizabeth Wilcox.

## It's a wonderful life! - Reflections on the Career of a mathematician

**Luise-Charlotte Kappe** ([menger@math.binghamton.edu](mailto:menger@math.binghamton.edu))  
Binghamton University

**Abstract.** We all have our doubts off and on if life is really so wonderful. But that is not what I want to address here. Watching the Jimmy Stewart movie with this title, there was one scene which captured my imagination: the Guardian Angel shows George Bailey how the world would have been without him.

Personally, I never had much need to know how the world would have looked without me. However, all other things equal, how would life have been if I had lived in a different time and place, would be something of interest to me! This is the stuff of movies and fairy tales. But at least it is possible to play this as an intellectual game.

I was born and raised in Germany before WW II. After getting my Ph.D. in 1962, I married a fellow mathematician and we immigrated to the US one year later, where we taught at a university until our retirements, first at Ohio State and then at Binghamton University. What would life have been if I stayed in Germany, did not get married, were born fifty or hundred years earlier, or were born in another country? Looking at actual and potential role models over the centuries helped me answer some of these questions. In essence, it got me back to the roots of what shaped my life.

## Specht property for the graded Jordan algebra of upper triangular matrices of order 2

**Manuela da Silva Souza** ([manuela.dss@gmail.com](mailto:manuela.dss@gmail.com))

UFBA

**Abstract.** Let  $A$  be an algebra with non-trivial polynomial identity (or simply PI-algebra) and denote by  $\text{Id}(A)$  the  $T$ -ideal of all its polynomial identities. In general the description of a  $T$ -ideal is a hard problem. The ideal  $\text{Id}(A)$  of an algebra  $A$  satisfies the Specht property if  $\text{Id}(A)$  itself and all  $T$ -ideals containing  $\text{Id}(A)$  are finitely generated as  $T$ -ideals. Kemer proved that every associative algebra over a field of characteristic 0 satisfies the Specht property. For associative algebras graded by a finite group the result remains valid. Different from the associative case, for non-associative algebras there is no general result in this direction not even when the characteristic of the field is 0. In the case of graded Lie or Jordan algebras we have experimental results, such that in [3] in which the authors proved the Specht property of  $\text{Id}^G(sl_2)$ , the  $T_G$ -ideal of the  $G$ -graded Lie algebra of  $2 \times 2$  traceless matrices graded by any group  $G$  (non trivial), or in [5] in which a similar result was achieved for  $B_n$ , the finite dimensional Jordan algebra of a non-degenerate symmetric bilinear form graded by  $\mathbb{Z}_2$ .

In this talk we use the finite basis property for sets to show the Specht property for the graded Jordan algebra of upper triangular matrices of order 2. This is joint work with L. Centrone and F. Martino ([1]).

## References

- [1] L. Centrone, F. Martino and M. da S. Souza, *Specht property for varieties of Jordan algebras of almost polynomial growth*. J. Algebra **521** (2019), 137 – 165.
- [2] G. Higman, *Ordering by divisibility in abstract algebras*, Proc. London Math. Soc. (3), 2, 326–336 (1952).
- [3] A. Giambruno and M. da S. Souza, *Graded polynomial identities and Specht property of the Lie algebra  $sl_2$* , J. Algebra **389** (2013), 6–22.
- [4] F. Martino, *Polynomial identities for the Jordan algebras of a degenerate symmetric bilinear form*, Linear Algebra Appl. **439** (2013), 4080–4089.
- [5] D. D. S. Silva and M. da S. Souza, *Specht property for the 2-graded identities of the Jordan algebra of a bilinear form*, Comm. Algebra **45** (2017), n.4, 1618–1626.

## Binary Lie algebras and Moufang theorem

Marina Rasskazova ([marinarasskazova@yandex.ru](mailto:marinarasskazova@yandex.ru))  
Omsk State Polytechnic University

**Abstract.** An anticommutative algebra  $L$  is called Malcev algebra (binary-Lie algebra) if it satisfies the identity  $J(x, y, z)x = J(x, y, xz)(J(x, y, xy) = 0)$ , where  $J(x, y, z) = (xy)z + (yz)x + (zx)y$ . The famous Moufang theorem for Moufang loops says that three elements  $x, y, z$  of Moufang loop generate a subgroup if and only if  $(xy)z = x(yz)$ . An analog of Mufang theorem for Malcev algebras affirms that three elements  $x, y, z$  of every Malcev algebra generate a Lie subalgebra if and only if  $J(x, y, z) = 0$ . In general, it is not true for binary-Lie algebras. But for every algebra from variety given by identity  $J(x, y, zt) = 0$  we have this analog of Moufang theorem. The problem of describe all subvarieties of

binary-Lie algebras where we have the same is open untill now. At last, we give one example of variety of diassociative loops where an analog of Moufang theorem is true.

## A bijection from finite group to the cyclic group that conserve divisible property on element orders

**Mohsen Amiri** ([m.amiri77@gmail.com](mailto:m.amiri77@gmail.com))

Universidade Federal do Amazonas

**Abstract.** In this workshop, we presents our scheme of the proof of the following question posed by I. M. Isaacs. Does there exists a bijection  $f$  from  $G$  onto a cyclic group of order  $n$  such that for each element  $x \in G$ , the order of  $x$  divides the order of  $f(x)$ ?

## On a function on element orders in finite groups

**Patrizia Longobardi** ([p.longobardi@unisa.it](mailto:p.longobardi@unisa.it))

Università di Salerno

**Abstract.** Let  $G$  be a finite group and consider the function  $\psi$  defined by

$$\psi(G) = \sum_{x \in G} o(x),$$

where  $o(x)$  denotes the order of the element  $x \in G$ .

Starting from a result due to H. Amiri, S.M. Jafarian Amiri and I.M. Isaacs (see [1]), together with Marcel Herzog and Mercede Maj, we investigated properties of the group  $G$  when  $\psi(G)$  satisfies some bound (see [2], [3]).

New results are presented (see [4]).

## References

- [1] H. Amiri, S.M. Jafarian Amiri, I.M. Isaacs, Sums of element orders in finite groups, *Comm. Algebra* **37** (2009), 2978-2980.
- [2] M. Herzog, P. Longobardi, M. Maj, An exact upper bound for sums of element orders in non-cyclic finite groups, *J. Pure Appl. Algebra*, **222** n.7 (2018), 1628-1642
- [3] M. Herzog, P. Longobardi, M. Maj, Sums of element orders in groups of order  $2m$  with  $m$  odd, *Comm. Algebra*, to appear.
- [4] M. Herzog, P. Longobardi, M. Maj, Two criteria for solvability of finite groups, *J. Algebra*, **511** (2018), 215-226.
- [5] M. Herzog, P. Longobardi, M. Maj, Properties of Finite and Periodic Groups Determined by Their Element Orders (A Survey), in *Group Theory and Computation*, N.S. Narasimha Sastry, Manoj Kumar Yadav eds., Indian Statistical Institute Series, Springer, 2018, 59-90.

## Transitive characteristically simple subgroups of finite quasiprimitive permutation groups

**Pedro Henrique Pereira Daldegan** ([phpdaldegan@gmail.com](mailto:phpdaldegan@gmail.com))  
CEFET- MG

**Abstract.** The inclusion problem for a permutation group  $H$  asks to determine the possible (primitive or quasiprimitive) subgroups of the symmetric group that contain  $H$ . By analyzing each O’Nan-Scott class, we describe the inclusions of  $H$  in  $G$  such that  $H$  is a transitive nonabelian characteristically simple group and  $G$  is a finite primitive or quasiprimitive permutation group with nonabelian socle. The study of these inclusions is possible since we have detailed information concerning factorizations of finite nonabelian simple groups.

## Polynomial Identities in Algebras with Additional Structure and their Codimension Growth

**Plamen Emilov Kochloukov** ([plamen@ime.unicamp.br](mailto:plamen@ime.unicamp.br))  
IMECC, UNICAMP

**Abstract.** Associative algebras with an additional structure (a group grading, a trace, an involution) have been an object of extensive studies in Ring Theory and more specifically in Algebras with polynomial identities. Among these additional structures one can outline algebras graded by a group and algebras with trace.

The polynomial identities of an algebra  $A$  are known in very few instances. For example the identities satisfied by the matrix algebra of order  $n$  are known only for  $n \leq 2$ . On the other hand the graded identities are well understood for a wide range of natural gradings for every  $n$ . Considering trace identities the celebrated theorem due to Razmyslov and to Procesi gives a complete description of the ideal of trace identities for the matrix algebras for every  $n$ .

The codimension sequence associated to an ideal of identities is an important numerical invariant. It measures in a sense the growth of the multilinear parts of the ideal. The codimensions of a given algebra are also known in very few cases, thus one studies their asymptotical behaviour.

In this talk we shall discuss the asymptotics of the graded and of the trace identities. We shall be interested in ideals of identities with a slow growth of the codimension sequences. Namely we shall describe the ideals of graded and of trace identities of almost polynomial growth. Recall that “almost polynomial growth” means that the codimensions of the given ideal grow like exponential functions but for every ideal of (graded or trace) identities strictly containing the given ideal the codimensions grow like polynomial functions.

The talk will be based on joint results with D. La Mattina and with A. Ioppolo and D. La Mattina, from the University of Palermo, Italy.

## Sobre a Cohomologia local e a Conjectura de Hartshorne

**Thiago Henrique de Freitas** ([tfreitas@utfpr.edu.br](mailto:tfreitas@utfpr.edu.br))  
UTFPR-Guarapuava

**Abstract.** Nesta apresentação introduziremos de uma forma simplificada um dos principais conceitos dentro da álgebra homológica e geometria algébrica que é o da Cohomologia Local de Módulos. Abordaremos suas principais propriedades, tais como: anulamento, artinianidade e conexões com módulos Cohen-Macaulay. Por fim, vamos mostrar os principais avanços até agora conhecidos sobre conjectura de Hartshorne.

## State-closed representation of $\mathbb{Z} \wr \mathbb{Z}$

**Tulio Marcio Gentil dos Santos** ([tuliomarcio940@hotmail.com](mailto:tuliomarcio940@hotmail.com))  
UnB

**Abstract.** A group  $G$  is said to be self-similar if admits a faithful representation on a regular one-rooted m-tree  $\mathcal{T}_m$  such that the representation is state-closed and is transitive on the tree's first level.

In this work we prove that the group  $\mathbb{Z} \wr \mathbb{Z}$  is state-closed of degree 3 and finite-state. Moreover,  $\mathbb{Z} \wr \mathbb{Z}$  is isomorphic to

$$\langle \gamma = (\gamma, \alpha, e), \alpha = (e, e, \alpha)(0\ 2) \rangle.$$

## Introdução à Álgebra Homológica e Módulos Cohen-Macaulay

**Victor Hugo Jorge Perez** ([vhjperez@icmc.usp.br](mailto:vhjperez@icmc.usp.br))  
ICMC-USP

**Abstract.** O objetivo principal do mini-curso é detalhar os conceitos básicos de Álgebra Homológica sobre anéis comutativos e consequentemente obter alguns resultados fundamentais de anéis regulares e módulos Cohen-Macaulay. Para estudar alguns tipos de anéis o módulos é necessário ter um pouco de conhecimento básico de álgebra homológica, como por exemplo módulos projetivos, injetivos e planos, resoluções injetivas e projetivas, propriedades de funtores, funtores derivados à direita e à esquerda e complexo de Koszul.

# Analysis

## Nonlinear Schrödinger Systems with Quadratic Interactions

**Adàn José Corcho Fernàndez** (adan@im.ufrj.br)  
Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ

**Abstract.** We consider the quadratic Schrödinger system

$$\begin{cases} iu_t + \Delta_{\gamma_1} u + \bar{u}v = 0 \\ 2iv_t + \Delta_{\gamma_2} v - \beta v + \frac{1}{2}u^2 = 0, \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}, x \in \mathbb{R}^d \times \mathbb{R},$$

in dimensions  $1 \leq d \leq 4$  and for  $\gamma_1, \gamma_2$  positives, the so-called elliptic-elliptic case. We show the formation of singularities and blow-up in the  $L^2$ - critical and supercritical cases using the dynamic coming from the Hamiltonian structure. Furthermore, we derive some stability and instability results concerning the ground state solutions of this system.

## On a Schrödinger system arizing in nonlinear optics

**Ademir Pastor Ferreira** (apastor@ime.unicamp.br)  
UNICAMP

**Abstract.** We study a nonlinear Schrödinger system which models the interaction between an optical beam and its third harmonic in a material with Kerr-type nonlinear response. We prove the existence of ground state solutions, analyse its stability, and establish local and global well-posedness results as well as several criteria for blow-up.

## Gradient Structure of a Non-autonomous Chafee-Infante Problem

**Alexandre Nolasco de Carvalho** (andcarva@icmc.usp.br)  
Universidade de São Paulo at São Carlos

**Abstract.** In this work we prove that some non-autonomous scalar one dimensional semi-linear parabolic problems have an associated skew-product semiflow with gradient structure. The aim is to exhibit a non-autonomous problem for which the asymptotic dynamics can be fairly well described.

## Qualitative properties of positive singular solutions to nonlinear elliptic systems with critical exponent

**Almir Rogerio Silva Santos** (arss.20@gmail.com)  
Universidade Federal de Sergipe

**Abstract.** This talk is concerned with the asymptotic behavior of local solutions for strongly coupled critical elliptic systems near an isolated singularity. For low dimension we prove that any singular solution is asymptotic to a rotationally symmetric Fowler type solution. This result generalizes the celebrated work due to Caffarelli, Gidas, and Spruck [1] who studied asymptotic properties to the classic Yamabe equation. In addition, we generalize similar results by Marques [2] for inhomogeneous context of a compact Riemannian manifold.

This is a joint work with João Marcos do Ó (UnB) and Raysa Caju (UFPB).

## References

- [1] Caffarelli, L. A., Gidas, B., Spruck, J. Asymptotic symmetry and local behavior of semilinear elliptic equations with critical sobolev growth, Comm. Pure Appl. Math. 42 (1989), 271–297.
- [2] Marques, F. C. Isolated singularities of solutions to the Yamabe equation, Calc. Var. Partial Differential Equations 32 (2008), 349–371.

## Some elliptic problems with nonlocal diffusion coefficient

**Antonio Suàrez Fernàndez** ([suarez@us.es](mailto:suarez@us.es))  
Universidad de Sevilla

**Abstract.** We present some theoretical results of the non-linear elliptic problems with a non-local diffusion coefficient. Most of the models arises from population dynamics, and hence the velocity of the diffusion of the species depends on the total population in its habitat. We compare our results with the linear diffusion case.

## Sharp Hard inequalities and optimal Sobolev-Lorentz embeddings

**Bernhard Ruf** ([bruf001@gmail.com](mailto:bruf001@gmail.com))  
University of Milano

**Abstract.** We investigate connections between Hardy's inequality in the whole space  $\mathbb{R}^n$  and embedding inequalities for Sobolev-Lorentz spaces. In particular, we complete previous results due to Alvino and Talenti by establishing optimal embedding inequalities for the Sobolev-Lorentz quasinorm  $\|\nabla \cdot\|_{p,q}$  also in the range  $p < q$ , which remained essentially open since the work of Alvino (1977).

Attainability of the best embedding constants is also studied, as well as the limiting case when  $q = \infty$ . Here, we surprisingly discover that the Hardy inequality is equivalent to the corresponding Sobolev-Marcinkiewicz embedding inequality. Moreover, the latter turns out to be attained by the so-called “ghost” extremal functions of Brezis-Vazquez (1997), in striking contrast with the Hardy inequality, which is never attained.

## On a priori bounds for positive solutions of elliptic PDE

**Boyan Slavchev Sirakov** ([bbsirakov@gmail.com](mailto:bbsirakov@gmail.com))  
PUC/Rio

**Abstract.** We review some recent methods for proving that positive solutions of superlinear uniformly elliptic PDE are uniformly bounded. For instance, positive solutions of the Lane-Emden equation in a two-dimensional smooth bounded domain are uniformly bounded for all large exponents.

## Quasilinear elliptic equations with one-sided critical growth

**Bruno Henrique Carvalho Ribeiro** ([brunohcr@gmail.com](mailto:brunohcr@gmail.com))  
UFPB

**Abstract.** This talk revisits an old and classical problem due to Ambrosetti and Prodi, and brings new results about the p-Laplacian, when the nonlinearity presents an asymmetric growth condition, being asymptotic linear on one side and having a critical growth condition on the other. It belongs to a particular class of asymmetric superlinear cases and extends previous results for  $p=2$ .

## Evolution groups with transport and dense point spectrum

**Cesar Rogerio de Oliveira** ([oliveira@dm.ufscar.br](mailto:oliveira@dm.ufscar.br))  
UFSCAR - Departamento de Matemática

**Abstract.** It is shown that a (bounded) pure point Schroedinger operator whose spectrum is dense in an interval presents quasiballistic dynamics for a generic set of initial conditions.

## Sharp Regularity for the Inhomogenous Porous Medium Equation

**Damião Junio Araujo** ([araujo@mat.ufpb.br](mailto:araujo@mat.ufpb.br))  
Universidade Federal da Paraíba

**Abstract.** In this talk we shall consider the inhomogeneous porous medium equation where we show weak solutions are Hölder continuous, for a sharp exponent depending distinctly on universal parameters. The method relies on an approximation lemma and geometric iteration with the appropriate intrinsic scaling.

## Minimax methods and the Lorentz force equation

**David Arcoya Alvarez** ([darcoya@ugr.es](mailto:darcoya@ugr.es))  
Universidad de Granada

**Abstract.** In Special Relativity, the motion of a slowly accelerated electron under the influence of an electric field  $E$  and a magnetic field  $B$  is modeled by the Lorentz force equation

$$\left( \frac{q'}{\sqrt{1 - |q'|^2}} \right)' = E(t, q) + q' \times B(t, q)$$

We review the main results of a joint work with Cristian Bereanu (University of Bucharest) and Pedro J. Torres (Universidad de Granada). Specifically, we provide a rigorous critical point theory by showing that the solutions are the critical points in the Szulkin's sense of the corresponding Poincaré non-smooth Lagrangian action. Moreover, by using a Mountain Pass minimax principle without compactness, we prove a variety of existence and multiplicity of solutions of the Lorentz force equation with periodic or Dirichlet boundary conditions. Finally, based on the associated Planck relativistic Hamiltonian, an alternative result is proved for the periodic case.

## Recent Results on Hopf-type Maximum Principles and Applications

**David Goldstein Costa** ([costa@unlv.nevada.edu](mailto:costa@unlv.nevada.edu))  
University of Nevada

**Abstract.** We will present new results of Hopf-type Maximum Principles which have obtained in the last few years for the whole space in  $R * N$ ,  $N \geq 3$  and for exterior domains in  $R^2$ , in collaboration with Siegfried Carl (Germany) and Hossein Tehrani (USA). Applications will be also given.

## On the method of reduction by inversion for Hamiltonian systems involving nonlinear Schrödinger equations

**Diego Ferraz de Souza** ([diego.ferraz.br@gmail.com](mailto:diego.ferraz.br@gmail.com))  
UFRN

**Abstract.** In this talk we discuss the existence of ground states solutions for a class of Hamiltonian elliptic system involving nonlinear Schrödinger equation using the method of reduction by inversion. The nonlinearities have oscillatory subcritical or critical growth in the Sobolev hyperbola sense, may have sublinear behavior, and the potential belongs to the reverse Hölder class and is not bounded away from zero. We adopt an approach based in a concentration-compactness method by means of weak profile decomposition for bounded Palais-Smale sequences and the use of a Pohozaev type identity.

## Calculus of Variations: Yesterday and Today

**Djairo Guedes de Figueiredo** ([djairo@ime.unicamp.br](mailto:djairo@ime.unicamp.br))  
Unicamp

**Abstract.** A look at the origins (Bernoulli's, Euler). Dirichlet Principle., Minimax Methods, Critical Point Theory with applications to Equations and Systems.

## Quasilinear elliptic problems using variational methods

**Edcarlos Domingos da Silva** ([eddomingos@hotmail.com](mailto:eddomingos@hotmail.com))  
UFG

**Abstract.** In this work we consider the following class of quasilinear coupled systems using variational methods. On the nonlinear terms we assume that  $g, h$  are in  $C^1$  class which are superlinear functions at infinity and at the origin. We deal with nonlinearities  $g$  and  $h$  being subcritical or critical. The coupling term is a subcritical function which is superlinear at infinity. The main theorems are stated without the well known Ambrosetti-Rabinowitz condition at infinity. Using a change of variable, we turn the quasilinear coupled system into a nonlinear coupled system, where we establish a variational approach based on Nehari method.

## On some weighted Sobolev embeddings and applications

**Ederson Moreira dos Santos** ([ederson@icmc.usp.br](mailto:ederson@icmc.usp.br))  
ICMC/USP

**Abstract.** Let  $N > kp$ ,  $B \subset \mathbb{R}^N$  be the open unit ball centered at zero and let  $G$  be a closed connected subgroup of  $SO(N)$ . Consider the Sobolev space of  $G$ -symmetric functions

$$W_G^{k,p}(B) = \{u \in W^{k,p}(B); u \circ g = u \text{ for all } g \in G\}.$$

In this talk I will prove some new embeddings of the type  $W^{k,p}(B_N) \hookrightarrow L^q(|x|^\alpha, B)$ , with  $q$  higher than the classical critical Sobolev exponent  $\frac{pN}{N-kp}$ . For each  $x \in S^{N-1}$  denote by  $d(xG)$  the dimension of the orbit  $xG$ .

- I will stress the role played in these embeddings by the minimal dimension

$$d_G = \min_{x \in S^{N-1}} d(xG).$$

- Prove the symmetry breaking for  $G$ -symmetric groundstate solutions of the Henon equation.
- Show that  $G$ -symmetric ground state solutions of the Henon equation concentrates and blow up around  $G$ -minimal orbits.

## Comportamento limite da trajet'oria central em programação semidefinida

**Elias da Costa** ([costa.ec@gmail.com](mailto:costa.ec@gmail.com))  
IFG

**Abstract.** No fim do século XX e início do século XXI diversas problemas, tanto teóricos como aplicados, foram modelados como um problema de programação semidefinida. Os algoritmos de ponto interior tiveram enorme sucesso, do ponto de vista da implementação computacional, na resolução

de problemas de programação semidefinida de larga escala. Tais algoritmos tem sua direção de busca "orientada" pela chamada trajetória central que surge da abordagem da programação semidefinida por métodos homotópicos. A análises de convergência e complexidade para os diversos algoritmos de ponto interior passa pelo entendimento do comportamento limite da trajetória central. O comportamento limite da trajetória central na ausencia da estrita complementaridade é de particular interesse. Neste trabalho apresentamos um exemplo no qual na ausencia da estrita complementaridade a trajetória central não converge para o centro analítico da face ótima.

## Spike solutions for nonlinear Schrödinger equations in 2D with vanishing potentials

**Elisandra de Fatima Gloss de Moraes** ([elisandra.gloss@gmail.com](mailto:elisandra.gloss@gmail.com))  
UFPB

**Abstract.** We consider  $\varepsilon$ -perturbed nonlinear Schrödinger equations of the form

$$-\varepsilon^2 \Delta u + V(x)u = Q(x)f(u) \quad \text{in } \mathbb{R}^2,$$

where  $V$  and  $Q$  behave like  $(1+|x|)^{-\alpha}$  with  $\alpha \in (0, 2)$  and  $(1+|x|)^{-\beta}$  with  $\beta \in (\alpha, +\infty)$ , respectively. When  $f$  has *subcritical* exponential growth – by means of a weighted Trudinger-Moser type inequality and the mountain pass theorem in weighted Sobolev spaces – we prove the existence of nontrivial mountain pass solutions, for any positive number  $\varepsilon$ , and in the semi-classical limit, these solutions concentrate at a global minimum point of  $\mathcal{A} = V/Q$ . Our existence result holds also when  $f$  has *critical* growth.

## Some positive and negative results on the control of PDEs

**Enrique Fernandez-Cara** ([cara@us.es](mailto:cara@us.es))  
Universidad de Sevilla

**Abstract.** The control of PDEs is a rich subject and has led to many theoretical and numerical results in the last decades. Also, the advances have been very useful from the viewpoint of applications. This talk is devoted to summarize some recent achievements in the field. In particular, we will deal with the controllability of time-dependent problems with memory, where interesting positive and negative results can be found.

## Potential well argument for a heat equation with exponential nonlinearity in $R^2$

**Federica Sani** ([federica.sani@unimi.it](mailto:federica.sani@unimi.it))  
Università di Milano

**Abstract.** We introduce a potential well argument for a semilinear heat equation with exponential nonlinearity in  $\mathbb{R}^2$ . We consider initial data in  $H^1(\mathbb{R}^2)$ , and we focus the attention on solutions below the ground state energy level. We show that the dichotomy between blow-up and global existence is determined by the sign of a suitable auxiliary functional.

## On generalized derivative Schrödinger equations

**Felipe Linares** ([linares@impa.br](mailto:linares@impa.br))  
IMPA

**Abstract.** In this talk we will present recent results concerning the initial value problem (IVP) associated to generalized derivative Schrödinger equations. We show local well-posedness for small initial data in a suitable weighted Sobolev spaces. We use an argument introduced by Cazenave and Naumkin to obtain our main results combined with the homogeneous and inhomogeneous smoothing effects of Kato type. If time permits we will show how these results can be extended for any data size in a suitable class.

## Symmetry of positive solutions for fully nonlinear elliptic systems

**Gabrielle Saller Nornberg** ([gabrielle@icmc.usp.br](mailto:gabrielle@icmc.usp.br))  
ICMC-USP

**Abstract.** In this talk we will discuss some recent symmetry results for positive solutions of fully nonlinear uniformly elliptic systems up to quadratic growth in the gradient. We develop a unified treatment of the classical moving planes method in the spirit of Gidas-Ni-Nirenberg, which permits us to work without Lipschitz assumptions on the zero order term dependence.

We also present different applications of our results, including uniqueness of positive solutions for Lane-Emden systems in the subcritical case in a ball, and symmetry for a class of equations with natural growth in the gradient.

Joint work with Ederson Moreira dos Santos.

## Hardy-Sobolev-Maz'ya and Hardy-Adams inequalities on hyperbolic spaces

**Guozhen Lu** ([guozhen.lu@uconn.edu](mailto:guozhen.lu@uconn.edu))  
University of Connecticut

**Abstract.** Sharp geometric inequalities play an important role in analysis, PDEs and geometry. In this talk, we describe some recent developments on sharp higher order Hardy-Sobolev-Maz'ya and Hardy-Adams inequalities on hyperbolic spaces using Helgason-Fourier analysis on hyperbolic spaces.

## Solutions concentrating on spheres for coupled Schrödinger systems in dimension four

**Jianjun Zhang** ([zhangjianjun09@tsinghua.org.cn](mailto:zhangjianjun09@tsinghua.org.cn))  
Chongqing Jiaotong University

**Abstract.** In this talk, we are concerned with the singularly perturbed coupled Schrödinger system

$$\begin{cases} -\varepsilon^2 \Delta u + \lambda_1 u = \mu_1 u^3 + \beta u v^2 & \text{in } A, \\ -\varepsilon^2 \Delta v + \lambda_2 v = \mu_2 v^3 + \beta v u^2 & \text{in } A, \\ u = v = 0 & \text{on } \partial A, \end{cases} \quad (1)$$

where  $A$  is an annulus in  $\mathbb{R}^4$ . In dimension four, the Sobolev critical exponent  $2^* = 4$ . In the cooperative case:  $\beta$  is positive, we prove that there exists some  $\beta_0 \in (0, \sqrt{\mu_1 \mu_2})$  such that system (1) admits a vector solution  $(u_\varepsilon, v_\varepsilon)$  concentrating on the inner sphere as  $\varepsilon \rightarrow 0$  if  $\beta \in (0, \beta_0)$ . This talk is based on joint work with João Marcos do Ó.

## Qualitative properties for nonnegative solutions of conformally-invariant fourth-order systems

**João Henrique Santos de Andrade** ([andjhenrique@gmail.com](mailto:andjhenrique@gmail.com))  
UFPB

**Abstract.** We discuss qualitative properties of solutions for strongly coupled critical elliptic systems with an isolated singularity involving fourth-order operators and critical exponents. Our results generalize the celebrated study due to Caffarelli, Gidas, and Spruck on the qualitative properties of positive solutions for a class of scalar problems related to the classic Yamabe problem. The system we treat enjoys a conformally-invariance property, which we use to show that solutions are rotationally invariant. Moreover, we are able to obtain classification results for nonnegative solutions of this class of systems.

## Positive solutions for a Kirchhoff Problem with vanishing non-local term

**João Rodrigues dos Santos Junior** ([jrsantosjr.ufpa@gmail.com](mailto:jrsantosjr.ufpa@gmail.com))  
Universidade Federal do Pará

**Abstract.** In this talk we study a Kirchhoff type problem in a bounded domain, allowing the Kirchhoff term to vanish in many different points. Under an appropriated area condition, by using a priori estimates, truncation techniques and variational methods, we prove a multiplicity result of positive solutions which are ordered in the  $H_0^1(\Omega)$ -norm.

## Geometric regularity estimates for quasilinear evolution models

**João Vitor da Silva** ([jdasilva@dm.uba.ar](mailto:jdasilva@dm.uba.ar))  
Universidad de Buenos Aires

**Abstract.** In this lecture we establish geometric  $C1 + \alpha$  regularity estimates for bounded solutions of certain nonlinear evolution models in divergence form whose prototype is the evolutionary  $p$ -Laplacian operator. The main insights to obtain such estimates are based on geometric tangential methods, and make use of systematic oscillation mechanisms combined with new intrinsic scaling techniques.

This is a joint work with Marcelo D. Amaral (UNILAB-Brazil), Gleydson C. Ricarte (Universidade Federal do Cearà-Brazil) and Rafayel Teymurazyan (Universidade de Coimbra - Portugal).

## References

- [1] M.D. Amaral, J.V. da Silva, G.C. Ricarte and R. Teymurazyan, Sharp regularity estimates for quasi-linear evolution equations. To appear in Israel J. Math.
- [2] J.V. da Silva, Geometric  $C1 + \alpha$  regularity estimates for nonlinear evolution models. To appear in a special issue of Nonlinear Analysis: Nonlinear Potential Theory.

## Center for Mathematical Sciences Applied to Industry - CEPI-CEMEAI

**José Alberto Cuminato** ([jacumina@icmc.usp.br](mailto:jacumina@icmc.usp.br))  
ICMC/USP

**Abstract.** This talk aims at describing the activities of Cepid-CEMEAI (Center for Mathematical Sciences Applied to Industry). The main purpose of CEMEAI is in promoting the use of mathematical sciences and in particular applied mathematics, statistics and computer science as an industrial resource. To achieve this, the Center is engaged in a number of projects with industries, where the mathematics play a crucial role. We shall present some of these projects in detail and describe how CEMEAI's team has been working to delive industry and academia. The Study Groups with Industry (SGI) and the modelling schools, together with a number of other initiatives are being implemented with the purpose of making the Mathematical Sciences more ubiquitous in Brazilian Scientific Community and hopefully also in Brazilian Society.

## On the critical cases of linearly coupled Choquard systems

**José Carlos de Albuquerque Melo Junior** ([joserre@gmail.com](mailto:joserre@gmail.com))  
Universidade Federal de Goiás

**Abstract.** In this work we study existence and nonexistence of Ground State solutions for linearly Choquard coupled system

$$\begin{cases} -\Delta u + u = (I_\alpha * |u|^p) |u|^{p-2} u + \lambda v, & x \in \mathbb{R}^N, \\ -\Delta v + v = (I_\alpha * |v|^q) |v|^{q-2} v + \lambda u, & x \in \mathbb{R}^N, \end{cases} \quad (2)$$

where  $N \geq 3$ ,  $\alpha \in (0, N)$ ,  $\lambda \in (0, 1)$  and  $I_\alpha : \mathbb{R}^N \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$  is the Riesz potential defined by

$$I_\alpha(x) := \mathcal{A}_\alpha / |x|^{N-\alpha}, \quad \text{where } \mathcal{A}_\alpha := \Gamma((N-\alpha)/2) / \left[ \Gamma(\alpha/2) \pi^{\frac{N}{2}} 2^\alpha \right]$$

where  $\Gamma$  is the Gamma function. We study the subcritical case, the "half-critical" cases and the superior, inferior supercritical cases. Our approach is based on Nehari manifold and Pohozav identity.

## Extremal Problem for a Hessian inequality of Trudinger-Moser type

**José Francisco Alves de Oliveira** ([jfoluteira@ufpi.edu.br](mailto:jfoluteira@ufpi.edu.br))  
UFPI - Universidade Federal do Piauí

**Abstract.** In this talk we discuss the existence of extremal function for a k-Hessian inequality of Trudinger-Moser type proved by G.-T, Tian, X. -J. Wang (J. Funct. Anal. (2010)). We have obtained an analogue to the famous result of L. Carleson, S. Y. A. Chang (J. Moser, Bull. Sci. Math. 1986)) which ensures the existence of extremal function for the classical Trudinger-Moser inequality supported on balls.

## Interior and boundary regularity for degenerate phase transitions

**José Miguel Dordio Martinho de Almeida Urbano** ([jmurb@mat.uc.pt](mailto:jmurb@mat.uc.pt))  
Universidade de Coimbra

**Abstract.** We derive a quantitative modulus of continuity, up to the parabolic boundary, for solutions of the Cauchy–Dirichlet problem associated to a phase transition modeled upon the degenerate two-phase Stefan problem. Even in the classical case  $p = 2$ , this represents a twofold improvement with respect to the state-of-the-art, in the sense that we discard one logarithm iteration and obtain an explicit value for the exponent appearing in the modulus.

## Uma Introdução aos Resultados do Tipo Ambrosetti-Prodi

**Juliana da Silva Cardoso** ([juliana\\_scardoso@mail.uff.edu.br](mailto:juliana_scardoso@mail.uff.edu.br))  
Universidade Federal do Tocantins

**Abstract.** O estudo das propriedades de determinadas funções é indispensável em grandes áreas da matemática tais como a Análise e a Matemática Aplicada. Muitos pesquisadores atualmente estão desenvolvendo trabalhos nesse sentido, uma vez que a compreensão de como uma função se comporta pode trazer resultados surpreendentes para a realidade. Sobre isso, as equações diferenciais parciais e ordinárias, por exemplo, são objeto de grande estudo, uma vez que elas nos possibilitam modelar e analisar vários fenômenos naturais. Resultados do tipo Ambrosetti-Prodi vêm nesta direção e consistem em resolver uma equação (P) da forma  $G(u, s) = 0$  tal que ao encontrar um valor  $s'$  e variar o parâmetro  $s$  em relação a ele, a equação possua nenhuma solução se  $s < s'$ , possua pelo menos uma solução se  $s = s'$  e possua pelo menos duas soluções se  $s > s'$ . A pesquisa é de cunho qualitativo, e iremos apresentar um estudo dos Resultados do tipo Ambrosetti-Prodi para uma equação simples e duas outras equações diferenciais um pouco mais elaboradas, com intuito de compreender o comportamento das soluções de uma equação do tipo (P), variando os valores de  $s$ .

**Palavras-chave:** Ambrosetti-Prodi. Soluções de equações. Equações diferenciais.

## Games for eigenvalues of the Hessian and concave/convex envelopes

**Julio Daniel Rossi** ([jrossi@dm.uba.ar](mailto:jrossi@dm.uba.ar))  
Buenos Aires Univ

**Abstract.** We deal with the PDE  $\lambda_j(D^2u) = 0$ , in  $\Omega$ , with  $u = g$ , on  $\partial\Omega$ . Here  $\lambda_1(D^2u) \leq \dots \leq \lambda_N(D^2u)$  are the ordered eigenvalues of the Hessian  $D^2u$ .

The equation  $\lambda_1(D^2u) = 0$  is just the PDE verified by the convex envelope inside  $\Omega$  of the boundary datum  $g$ . Our main result is to show a necessary and sufficient condition on the domain so that the problem has a continuous solution for every continuous datum  $g$ .

We also introduce a related two-player zero-sum game whose values approximate solutions to this PDE problem.

## On The Extremal Parameters Curve of a Quasilinear Elliptic System of Differential Equations

**Kaye Oliveira da Silva** ([kayeoliveira@hotmail.com](mailto:kayeoliveira@hotmail.com))  
Universidade Federal de Goiás

**Abstract.** We study the following system of quasilinear elliptic equations

$$\begin{cases} -\Delta_p u = \lambda|u|^{p-2}u + \alpha f|u|^{\alpha-2}|v|^\beta u & \text{in } \Omega, \\ -\Delta_q v = \mu|v|^{q-2}v + \beta f|u|^\alpha|v|^{\beta-2}v & \text{in } \Omega, \\ (u, v) \in W_0^{1,p}(\Omega) \times W_0^{1,q}(\Omega). \end{cases} \quad (P_{\lambda,\mu})$$

where  $\Omega \subset \mathbb{R}^N$  is a bounded domain with regular boundary,  $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ ,  $1 < p, q < \infty$  and

$$\frac{\alpha}{p} + \frac{\beta}{q} > 1, \quad \alpha > p \text{ or } \beta > q, \quad \frac{\alpha}{p^*} + \frac{\beta}{q^*} < 1. \quad (\alpha, \beta)$$

By using the Nehari manifold and the notion of extremal parameter, we extend some results of Bobkov and Il'yasov [1] concerning existence of positive solutions (see [2]).

## References

- [1] Bobkov, Vladimir and Il'yasov, Yavdat. *Maximal existence domains of positive solutions for two-parametric systems of elliptic equations*. Complex Var. Elliptic Equ. **61** (2016) 587–607.
- [2] Silva, Kaye and Macedo, Abiel. *On the extremal parameters curve of a quasilinear elliptic system of differential equations*. NoDEA Nonlinear Differential Equations Appl. **25** (2018) 19pp.

## Mountain Pass Algorithm via Pohozaev Manifold

**Liliane de Almeida Maia** ([lilimaia.unb@gmail.com](mailto:lilimaia.unb@gmail.com))  
UnB

**Abstract.** A new algorithm for solving non-homogeneous asymptotically linear and superlinear problems is proposed. The ground state solution of the problem, which in general is obtained as a min-max of the associated functional, is obtained as the minimum of the functional constrained to the Pohozaev manifold instead. Examples are given of the use of this method for finding numerical solutions depending on various parameters.

## On the 3D Euler equations with Coriolis force in borderline Besov spaces

Lucas Catão de Freitas Ferreira ([lcff@ime.unicamp.br](mailto:lcff@ime.unicamp.br))  
UNICAMP

**Abstract.** We consider the 3D Euler equations with Coriolis force (EC) in the whole space. We show long-time solvability in Besov spaces for high speed of rotation  $\Omega$  and arbitrary initial data. For that, we obtain  $\Omega$ -uniform estimates and a blow-up criterion of BKM type in our framework. Our initial data class is larger than previous ones considered for (EC) and covers borderline cases of the regularity. The uniqueness of solutions is also discussed.

## Impact of gradients terms in the Stampacchia-Caldéron-Zygmund theory of Dirichlet problems

Lucio Boccardo ([boccardo@mat.uniroma1.it](mailto:boccardo@mat.uniroma1.it))  
Sapienza Universita' di Roma

**Abstract.** Let  $\Omega$  be a bounded, open subset of  $R^N$ ,  $N > 2$  and  $M : \Omega \rightarrow R^{N^2}$ , be a bounded and measurable matrix such that  $\alpha|\xi|^2 \leq M(x)\xi \cdot \xi$ ,  $|M(x)| \leq \beta$ , a.e.  $x \in \Omega$ ,  $\forall \xi \in R^N$ .

We assume that  $E(x)$  is a vector field and  $f(x)$  is a function such that  $E \in (L^N)^N$ ,  $f \in L^m$ ,  $m \geq 1$ ,

and we consider the following (dual) boundary value problems (the first existence results can be found in a paper by G. Stampacchia)

$$\text{convection term} - \operatorname{div}(M(x)\nabla\psi) = -\operatorname{div}(\psi E(x)) + g(x) \text{ in } \Omega, \psi = 0 \text{ on } \partial\Omega, \quad (3)$$

$$\text{drift term} - \operatorname{div}(M(x)\nabla u) = E(x) \cdot \nabla u + f(x) \text{ in } \Omega, u = 0 \text{ on } \partial\Omega. \quad (4)$$

The above boundary problems are linear, but the differential operators may be not coercive, unless the restrictions  $\|E\|_{(L^N)^N}$  sufficiently small or  $\operatorname{div}(E) = 0$  are assumed.

Nevertheless, we prove

1. (*Stampacchia theory*)  $\exists \psi, u \in W_0^{1,2}(\Omega) \cap L^{m^{**}}(\Omega)$ , if  $\frac{2N}{N+2} \leq m < \frac{N}{2}$ ;
2. (*Caldéron-Zygmund theory*)  $\exists$  distributional solution  $\psi, u \in W_0^{1,m^*}(\Omega)$ ,  $m^* = \frac{Nm}{N-m}$ , if  $1 < m < \frac{2N}{N+2}$ ;

that is the results proved by Stampacchia and by B-Gallouet, if  $E = 0$ .

Then we discuss the impact of a term of order zero and some cases  $E \notin L^N$ .

## Dynamics of partially damped semilinear wave systems

**Ma To Fu** ([matofu@icmc.usp.br](mailto:matofu@icmc.usp.br))  
ICMC-USP

**Abstract.** Some evolution problems are described by systems of PDEs containing a wave equation, as in thermo-elasticity. In the linear case, without adding a proper dissipation to the wave part of the system, one can stabilize the energy uniformly by adding suitable coupling terms. In the semilinear case, above stabilization property seems difficult to obtain by standard energy methods. This has a direct impact on the construction of absorbing sets when seeking for global attractors. From this scenario, we discuss existence of non-autonomous global attractors.

## On sharp global well-posedness and Ill-posedness for a fifth-order KdV-BBM type equation

**Mahendra Panthee** ([mpanthee@ime.unicamp.br](mailto:mpanthee@ime.unicamp.br))  
State University of Campinas

**Abstract.** We consider the Cauchy problem associated to the recently derived higher order hamiltonian model for unidirectional water waves and prove global existence for given data in the Sobolev space  $H^s$ ,  $s \geq 1$ . We also prove an ill-posedness result by showing that the flow-map is not  $C^2$  if the given data has Sobolev regularity  $s \leq 1$ . The results obtained in this work are sharp.

## On a nonhomogeneous and singular quasilinear equation involving critical growth in $\mathbb{R}^2$

**Manassés Xavier de Souza** ([manassesxavier@hotmail.com](mailto:manassesxavier@hotmail.com))  
Universidade Federal da Paraíba

**Abstract.** I will discuss about sufficient conditions for the existence and multiplicity of solutions for a class of nonhomogeneous and singular quasilinear equations of the form

$$-\Delta u + V(x)u - \Delta(u^2)u = \frac{g(x, u)}{|x|^a} + h(x) \quad \text{in } \mathbb{R}^2,$$

where  $a \in [0, 2)$ ,  $V(x)$  is a continuous positive potential bounded away from zero and which can be "large" at infinity, the nonlinearity  $g(x, s)$  is allowed to enjoy the critical exponential growth with respect to the Trudinger-Moser inequality and the nonhomogeneous term  $h$  belongs to  $L^q(\mathbb{R}^2)$  for some  $q \in (1, 2]$ . By combining variational arguments in a nonstandard Orlicz space context with a singular version of the Trudinger-Moser inequality, we obtain the existence of two distinct solutions when  $\|h\|_q$  is sufficiently small. Schrödinger equations of this type have been studied as models of several physical phenomena.

## Uniform decay rate estimates for the semilinear wave equation in inhomogeneous medium with locally distributed nonlinear

## damping

**Marcelo Moreira Cavalcanti** ([mmcavalcanti@uem.br](mailto:mmcavalcanti@uem.br))  
 Universidade Estadual de Maringá

**Abstract.** We consider the semilinear wave equation posed in an inhomogeneous medium with smooth boundary subject to a nonlinear damping distributed around a neighborhood of the boundary according to the geometric control condition. We show that the energy of the wave equation goes uniformly to zero for all initial data of finite energy phase-space.

## Equivalency conditions for existence of three solutions for a problem with discontinuous and strongly-singular terms

**Marcos Leandro Mendes Carvalho** ([marcos\\_leandro\\_carvalho@ufg.br](mailto:marcos_leandro_carvalho@ufg.br))  
 UFG

**Abstract.** In this work, we are concerned with a Kirchhoff problem in the presence of a strongly-singular term perturbed by a discontinuous nonlinearity of the Heaviside type in the setting of Orlicz-Sobolev space. The presence of both strongly-singular and non-continuous terms bring up difficulties in associating a differentiable functional to the problem with finite energy in the whole space  $W_0^{1,\Phi}(\Omega)$ . To overcome this obstacle, we established an optimal condition for the existence of  $W_0^{1,\Phi}(\Omega)$ -solutions to a strongly-singular problem, which allows us to constrain the energy functional to a subset of  $W_0^{1,\Phi}(\Omega)$  to apply techniques from convex analysis and generalized gradient in Clarke sense.

## Multiple single peak solutions to the Gelfand problem

**Massimo Grossi** ([massimo.grossi@uniroma1.it](mailto:massimo.grossi@uniroma1.it))  
 Universit'a di Roma Sapienza

**Abstract.** We consider the classical Gelfand problem in a smooth bounded domain  $\Omega$  of the plane. In a recent paper Bartolucci–Jevnikar–Lee–Yang proved that if  $P \in \Omega$  is a nondegenerate critical point of a suitable function  $F$  then there exists a unique single peak solution  $u$  which concentrates at  $P$ . In this talk we will show that this condition is sharp, i.e. we exhibit an example of a degenerate critical point of  $F$  such that there exists more than one single peak solution concentrating at  $P$ .

## Soliton solutions for a generalized quasilinear elliptic problem

**Maxwell Lizete da Silva** ([maxwelllizete@hotmail.com](mailto:maxwelllizete@hotmail.com))  
 UFG

**Abstract.** We establish existence and multiplicity of solutions for the elliptic quasilinear Schrödinger equation

$$-\operatorname{div}(g^2(u)\nabla u) + g(u)g'(u)|\nabla u|^2 + V(x)u = h(x, u), \quad x \in \mathbb{R}^N$$

where  $g$  is a suitable function,  $V$  is a coercive like potential and the nonlinearity  $h$  is superlinear at infinity and at the origin. In the proofs we apply minimization on the Nehari manifold and Ljusternick-Schnirelman theory.

## An Abstract Linking Theorem Applied to Indefinite Problemas via Spectral Properties

**Mayra Soares Costa Rodrigues** ([ssc\\_mayra@hotmail.com](mailto:ssc_mayra@hotmail.com))  
Universidade de Brasilia

**Abstract.** An abstract linking result for Cerami sequences is proved without the Cerami condition. It is applied directly in order to prove the existence of critical points for a class of indenite problems in infinite dimensional Hilbert Spaces. The main applications are given to Hamiltonian systems and Schrödinger equations. Here spectral properties of the operators are exploited and hypotheses of monotonicity on the nonlinearities are discarded.

## On a class of elliptic problems involving the fractional operator

**Olimpio Hiroshi Miyagaki** ([ohmiyagaki@gmail.com](mailto:ohmiyagaki@gmail.com))  
Universidade Federal de Juiz de Fora

**Abstract.** In this talk we will discuss on a nonlocal Dirichlet problem with asymmetric nonlinearities. The equation is driven by the fractional Laplacian  $(-\Delta)^s$  for  $s \in (0, 1)$  and exhibits a sublinear and superlinear term containing a parameter interfering with the spectrum of  $(-\Delta)^s$ . It can be recovered results on  $(-\Delta)$  case, by letting  $s \uparrow 1$ . Our main result establishes the existence of at least three nontrivial solutions, In order to overcome the difficulties in the nonlocal setting we develop new arguments that are substantially different from those used in previous works.

## Nonautonomous fractional Hamiltonian system with critical exponential growth

**Pawan Kumar Mishra** ([pawanmishra31284@gmail.com](mailto:pawanmishra31284@gmail.com))  
Universidade fedearal da Paraiba, João Pessoa, Paraiba

**Abstract.** In this paper, we study a nonlocal nonautonomous Hamiltonian system on whole  $\mathbb{R}$  involving square root Laplacian operator. We assume that the nonlinearities have critical growth at  $+\infty$  in the sense of Trudinger-Moser inequality and the nonnegative weights vanish at  $+\infty$ . Using suitable variational method combined with the generalized linking theorem, we obtain the existence of at least one positive solution for the above system.

## Nehari Manifold Method applied to a System of Elliptic Equations

**Steffanio Moreno de Sousa** ([steffaniom@gmail.com](mailto:steffaniom@gmail.com))

IME-UFG

**Abstract.** We apply Nehari Manifold Method to study existence and regularity in a system of Elliptic Equations.

## Random versus Stochastic Modeling in the Applied Sciences

**Tomàs Caraballo** ([caraball@us.es](mailto:caraball@us.es))

Universidad de Sevilla

**Abstract.** Stochastic and random models are being used to model many realistic phenomena from the real world. In fact, every happening in our world is affected by some randomness or stochasticity. Therefore, it is very important to decide which kind of stochastic or random model is the most appropriate to describe the behavior of the real one in the best way. We will provide some features about this problem in this lecture. We will consider a random and another stochastic version of an epidemic model previously introduced and analyzed by Kloeden and Kozyakin (2011). In particular, the existence of a random attractor is proved for the random model and the persistence of the disease is analyzed as well. In the stochastic case, we consider some environmental effect on the model, in fact, we assume that one of the coefficients of the system is affected by some stochastic perturbation, and analyze the asymptotic behavior of the solutions. We will emphasize on the comparison between the two different modeling strategies and the usefulness of the theory of random attractors to analyze this and other models from the Applied Sciences such as chemostats.

## Exponential stability for the wave equation with localized memory in a past history framework

**Valéria Neves Domingos Cavalcanti** ([vndcavalcanti@uem.br](mailto:vndcavalcanti@uem.br))

Universidade Estadual de Maringá

**Abstract.** We discuss the asymptotic stability as well as the well-posedness of the damped wave equation subject to a locally distributed viscoelastic effect and supplemented with a frictional damping.

## Initial-boundary value problem for a fractional type degenerate heat equation

**Wladimir Neves** ([wladimir@im.ufrj.br](mailto:wladimir@im.ufrj.br))

IM-UFRJ

**Abstract.** In this talk we study a fractional type degenerate heat equation posed in bounded domains. We show the existence of solutions for measurable and bounded non-negative initial data, and homogeneous Dirichlet boundary condition. The nonlocal diffusion effect relies on an inverse of the  $s$  fractional Laplacian operator.

# Dynamical Systems

## Linear control systems on three-dimensional solvable nonnilpotent Lie groups

**Adriano João da Silva** ([ajsilva@ime.unicamp.br](mailto:ajsilva@ime.unicamp.br))  
Unicamp

**Abstract.** In this talk we show that for three-dimensional solvable nonnilpotent Lie groups a completely characterization of the controllability property of linear control systems is possible by the knowledge of the Lie algebra rank condition and the eigenvalues of an associated linear map.

## Uma abordagem de variedades flag via combinatória de permutações

**Jordan Lambert Silva** ([jordansilva2008@gmail.com](mailto:jordansilva2008@gmail.com))  
UFJF

**Abstract.** O objetivo deste mini-curso é apresentar a combinatória do grupo simétrico e hiper-octaedral com foco na ordem de Bruhat e nas relações de cobertura destes grupos. Este estudo combinatório é importante para o desenvolvimento da topologia de variedades flag reais de tipo A, B e C uma vez que os elementos destes grupos estão associadas às células de Schubert das variedades flag. Trabalho em conjunto com Lonardo Rabelo.

## Invariant symplectic geometry and applications to mirror symmetry

**Lino Anderson da Silva Grama** ([linograma@gmail.com](mailto:linograma@gmail.com))  
Unicamp

**Abstract.** In this talk we will report some recent results in our research program about sysmplectic geometric in homogeneous space, more specifically on nilmanifolds and complex coadjoint orbitis. We also discuss some applications of our results in mirror symmetry.

## Uma nova fórmula para os coeficientes da homologia celular de variedades flag reais

**Lonardo Rabelo** ([lonardo@gmail.com](mailto:lonardo@gmail.com))  
UFJF

**Abstract.** Nesta palestra, apresentamos uma nova fórmula para o cálculo dos coeficientes do operador fronteira da homologia celular de variedades flag reais em função da altura de certas raízes relacionadas. Na sequência, ilustramos a eficiência desta fórmula para o cálculo efetivo dos grupos de homologia das variedades flag reais de tipo A. Trabalho em conjunto com Jordan Lambert.

## Second homotopy and invariant geometry of flag manifolds

**Lucas Conque Seco Ferreira** ([lucas.seco.ferreira@gmail.com](mailto:lucas.seco.ferreira@gmail.com))  
UnB

**Abstract.** We use the Hopf fibration to explicitly compute generators of the second homotopy group of the flag manifolds of a compact Lie group. We show that these 2-spheres have nice geometrical properties such as being totally geodesic surfaces with respect to any invariant metric on the flag manifold. We characterize when the generators with the same invariant geometry are in the same homotopy class. This is done by exploring the action of Weyl group on the irreducible components of isotropy representation of the flag manifold.

# Geometry

## Stability index jump for constant mean curvature hypersurfaces of spheres

**Aldir Chaves Brasil Junior** ([aldirbrasil19@gmail.com](mailto:aldirbrasil19@gmail.com))  
Universidade Federal do Ceará (UFC)

**Abstract.** It is known that the totally umbilical hypersurfaces in the  $(n+1)$ -dimensional spheres are characterized as the only hypersurfaces with weak stability index 0. That is, a compact hypersurface with constant mean curvature, cmc, in  $S^{n+1}$ , different from an Euclidean sphere, must have stability index greater than or equal to 1. In this paper we prove that the weak stability index of any non-totally umbilical compact hypersurface  $M \subset S^{n+1}$  with cmc cannot take the values 1, 2, 3...,  $n$ .

## Rigidity results for nonsingular compact static n-manifolds with boundary

**Allan George de Carvalho Freitas** ([allan@mat.ufpb.br](mailto:allan@mat.ufpb.br))  
Universidade Federal da Paraíba

**Abstract.** In this lecture, we establish rigidity results for compact static n-manifolds with a non-empty boundary.

For instance, under certain natural conditions on the geometry of the boundary, we conclude that the manifold has to be isometric to the standard hemisphere. The techniques evolve from the analysis of geometric identities to existence results of minimal hypersurfaces.

## Proper CMC surfaces in hyperbolic 3-manifolds of finite volume

**Alvaro Kruger Ramos** ([akramos7h@gmail.com](mailto:akramos7h@gmail.com))  
UFRGS

**Abstract.** In this talk, I will discuss some recent developments about constant mean curvature (CMC) surfaces in hyperbolic 3-manifolds of finite volume. We show that for any admissible (negative Euler characteristic) finite topology  $S$  and any  $H \in [0, 1]$  there exists a hyperbolic 3-manifold  $N$  and a totally umbilic surface  $\Sigma$  of constant mean curvature  $H$ , properly embedded in  $N$ . In order to do so, we present some topological results concerning moves that preserve hyperbolicity of links and knots in some closed 3-manifolds.

## Geometric Transformations of Calabi type

**Antonio Martinez** ([amartine@ugr.es](mailto:amartine@ugr.es))

Universid de Granada

**Abstract.** The existence of a natural correspondence between the solution of geometric partial differential equations is an useful tool that can be applied to describe new examples and to study geometric and topological properties in surfaces theory. In this talk we show some of the most recent developments connected with the correspondence that Calabi gave among the solutions of surely three of the most studied problems in the theory of surfaces.

## Quase solitons de Ricci gradientes e produtos warped

Carlos José Matheus ([jmatheus@ime.usp.br](mailto:jmatheus@ime.usp.br))  
UEPG

**Abstract.** Apresentamos a definição e damos exemplos de produtos warped, mencionando alguns resultados sobre o assunto. Em seguida apresentamos as definições de soliton de Ricci gradiente e quase soliton de Ricci gradiente. Comentamos tamb'em um trabalho de J.N.V. Gomes e F.E.S. Feitosa que fornece condições para que um produto warped seja um quase soliton de Ricci gradiente.

**Palavras chave:** quase soliton de Ricci gradiente, m'etrica de Einstein, produto warped, função warping, função potential, representação conforme, fluxo de Ricci.

Obs. Enviarei por e-mail um arquivo .pdf com referencias.

## On the umbilicity of generalized linear Weingarten spacelike hypersurfaces in a Lorentzian space form

Cicero Pedro de Aquino ([cicero.aquino@ufpi.edu.br](mailto:cicero.aquino@ufpi.edu.br))  
Universidade Federal do Piauí

**Abstract.** In this work, we deal with complete generalized linear Weingarten spacelike hypersurfaces immersed in a Lorentzian space form, which means that there exists a linear relation involving some of the corresponding higher order mean curvatures. In this setting, we show that such a spacelike hypersurface must be totally umbilical, provided that its Gauss mapping has some appropriate behavior and that the tangential component of a fixed nonzero vector has integrable norm along it. Our approach is based on a suitable divergence formula jointly with an appropriate maximum principle at the infinity.

## Harmonicity of Gauss maps in certain ambient spaces

Daniel F. Bustos R. ([danielfbustosrios@gmail.com](mailto:danielfbustosrios@gmail.com))  
UFC

**Abstract.** Let  $M$  be an immersed submanifold with arbitrary codimension of a Riemannian manifold  $N$ . The goal of this work is twofold. First, to present a formula for the Laplacian of the function  $f = \langle \eta, V \rangle$ , defined on  $M$ , where  $\eta$  is a unit normal section of  $M$  and  $V$  is a Killing vector field of  $N$ . Second, to use this formula to investigate the harmonicity of certain Gauss maps of submanifolds of

some ambient spaces, symmetric spaces mostly. Our results extend and generalize several results of [BR] and [RR].

This work was done in my doctoral thesis at UFRGS and part of it is a joint paper which is being written with my Ph.D advisor Jaime Ripoll (UFRGS and UFSM).

## References

- [BR] F. Bittencourt and J. Ripoll, *Gauss map harmonicity and mean curvature of a hypersurface in a homogeneous manifold*, Pacific J. Math. 224, no. 1, 45–64, 2006.
- [RR] A. Ramos and J. Ripoll: *An extension of Ruh-Vilms theorem to hypersurfaces in symmetric spaces and some applications*, Transactions of the AMS, 368, n. 7, 4731–4749, 2015.

## Spectrum of drifted Laplacians on smooth metric measure spaces

**Detang Zhou** (uffzhou@gmail.com)  
Universidade Federal Fluminense

**Abstract.** In this talk, I will discuss the spectrum of drifted Laplacians on smooth metric measure spaces. We will apply our results to study the singularity models of mean curvature flows and Ricci flows.

## Scalar differential invariants of 2-dimensional Killing foliations

**Diego Catalano Ferraioli** (diego.catalano@ufba.br)  
Universidade Federal da Bahia

**Abstract.** We will present a fundamental system of scalar differential invariants of 4-dimensional semi-Riemannian metrics, which admits a 2-dimensional Abelian Killing algebra with non-null Killing leaves. We show how these invariants can be used to solve the local equivalence problem for metrics of the considered type, and discuss possible applications to the search of new solutions of Einstein equations.

## Geometric Inequalities for Critical Metrics of the Volume Functional

**Ernani de Sousa Ribeiro Jr** (ernani@mat.ufc.br)  
Universidade Federal do Ceará

**Abstract.** In this talk we discuss the space of Riemannian metrics on compact manifolds with boundary that satisfies a critical point equation associated with a boundary value problem. It arises from the modified (variational) problem of finding stationary points for the volume functional. This subject is related to the general question of finding canonical metrics on manifolds with boundary. We will present an isoperimetric inequality for critical metrics of the volume functional on compact

manifolds with boundary. Moreover, we establish sharp estimates to the mean curvature and area of the boundary components of critical metrics of the volume functional on a compact manifold. This a joint work with H. Baltazar (UFPI) and R. Batista (UFPI).

## The first stability eigenvalue of hypersurfaces satisfying an Okumura type inequality

**Eudes Leite de Lima** ([eudes.lima@ufcg.edu.br](mailto:eudes.lima@ufcg.edu.br))  
Universidade Federal de Campina Grande - UFCG

**Abstract.** We obtain a new sharp upper bound for the first eigenvalue of the stability operator of a closed constant mean curvature hypersurface in a Riemannian space form, in terms of the mean curvature and the length of the total umbilicity operator.

## Complete Euclidean submanifolds in codimension two

**Fernando Manfio** ([manfio@icmc.usp.br](mailto:manfio@icmc.usp.br))  
ICMC-USP

**Abstract.** In this talk we will discuss a complete classification of complete submanifolds  $M$  into the Euclidean ambient space, with codimension two, acted on by a closed connected subgroup  $G$  of  $\text{Iso}(M)$  of cohomogeneity one, under the assumption that all principal orbits are umbilical hypersurfaces of  $M$ .

## On the Topology of Steel

**Frank Lutz** ([lutz@math.tu-berlin.de](mailto:lutz@math.tu-berlin.de))  
TU Berlin

**Abstract.** Polycrystalline materials, such as metals, are composed of crystal grains of varying size and shape. Typically, the occurring grain cells have the combinatorial types of 3-dimensional simple polytopes, and together they tile 3-dimensional space.

We will see that some of the occurring grain types are substantially more frequent than others - where the frequent types turn out to be "combinatorially round". Here, the classification of grain types gives us, as an application of combinatorial low-dimensional topology, a new starting point for a topological microstructure analysis of steel.

## Spectr estimates

**Gregorio Pacelli Feitosa Bessa** ([bessa@mat.ufc.br](mailto:bessa@mat.ufc.br))  
UFC

**Abstract.** We present various estimates for the spectrum in many geometric settings.

## Pseudo-parallel immersions

**Guillermo Antonio Lobos Villagra** ([lobos@dm.ufscar.br](mailto:lobos@dm.ufscar.br))  
UFSCar

**Abstract.** In the theory of submanifolds, Asperti-Lobos-Mercuri introduced pseudo-parallel immersions as a direct generalization of semi-parallel immersions in the sense of Deprez, which in turn, are a generalization of parallel immersions (extrinsically symmetric in Ferus' terminology), and as extrinsic analogues of pseudo-symmetric spaces in the sense of Deszcz. In this talk, we would like to present the results obtained recent about pseudo-parallel immersions.

## Characterizing horospheres of the hyperbolic space via higher order mean curvatures

**Henrique Fernandes de Lima** ([henrique@mat.ufcg.edu.br](mailto:henrique@mat.ufcg.edu.br))  
Universidade Federal de Campina Grande

**Abstract.** In this talk, we will present new characterization results concerning horospheres of the hyperbolic space under certain appropriate constraints in the behavior of the higher order mean curvatures. Our approach will be based on a suitable maximum principle for complete Riemannian manifolds. Moreover, we will also exhibit examples showing the importance of the main hypothesis of our results. The results that will be presented in this talk correspond to an article that will appear in "Differential Geometry and its Applications".

## Soliton Solutions to the Curve Shortening Flow on the Sphere

**Hiuri Fellipe Santos dos Reis** ([hiurifellipe@gmail.com](mailto:hiurifellipe@gmail.com))  
Instituto Federal de Goiás

**Abstract.** It is poster, we shown that a curve on the unit sphere is a soliton solution to the Curve Shortening Flow if, and only if, its geodesic curvature is proportional to the angle between its tangent vector and a fixed vector of  $R^3$ . Using this characterization, we describe the geometry of such a curve on the sphere, we study its qualitative behaviour and we prove the convergence of the curve to the equator determined by the fixed vector.

## CMC hypersurfaces and harmonic Gauss maps

**Jaime Bruck Ripoll** ([ripoll.jaime@gmail.com](mailto:ripoll.jaime@gmail.com))  
UFRGS

**Abstract.** This talk addresses the following question: how small can be the image of a complete constant mean curvature hypersurface of a Riemannian manifold? We partially survey results which give answers to this question arriving to some recent works obtained by the author with collaborators.

We shall see that the relation between the harmonicity of the Gauss map and the constancy of the mean curvature plays an important role in the techniques used to investigate this question.

## Recente progresso sobre rigidez de sólitons de Ricci gradiente

**José Nazareno Vieira Gomes** ([jnvgomes@gmail.com](mailto:jnvgomes@gmail.com))  
UFAM

**Abstract.** Neste minicurso iremos estudar em detalhes as principais ideias e ferramentas utilizadas para investigar a rigidez de sólitons de Ricci gradiente.

## Hadamard Type Variation Formulas for the Eigenvalues of the $\eta$ -Laplacian and Applications

**José Nazareno Vieira Gomes** ([nvgomes@gmail.com](mailto:nvgomes@gmail.com))  
UFAM

**Abstract.** We consider an analytic family of Riemannian metrics on a compact smooth manifold  $M$ . We assume the Dirichlet boundary condition for the  $\eta$ -Laplacian, and obtain Hadamard type variation formulas for analytic curves of eigenfunctions and eigenvalues. As an application, we show that for a subset of all  $C^r$  Riemannian metrics  $\mathcal{M}^r$  on  $M$ , all eigenvalues of the  $\eta$ -Laplacian are generically simple, for  $2 \leq r < \infty$ . This implies the existence of a residual set of metrics in  $\mathcal{M}^r$ , which makes the spectrum of the  $\eta$ -Laplacian simple. Likewise, we show that there exists a residual set of drifting functions  $\eta$  in the space  $\mathcal{F}^r$  of all  $C^r$  functions on  $M$ , which makes again the spectrum of the  $\eta$ -Laplacian simple, for  $2 \leq r < \infty$ . Besides, we give a precise information about the complementary of these residual sets, as well as about the structure of the set of deformations of a Riemannian metric (respectively of the set of deformations of a drifting function) which preserves double eigenvalues. Moreover, we consider a family of perturbations of a domain in a Riemannian manifold, and obtain Hadamard type formulas for the eigenvalues of the  $\eta$ -Laplacian in this case. We also establish generic properties of eigenvalues in this context.

## On generalized quasi-Einstein metrics conformal to euclidean space

**Manoel Vieira de Matos Neto** ([mvieira@ufpi.edu.br](mailto:mvieira@ufpi.edu.br))  
UFPI

**Abstract.** In this work we study the behavior of a generalized m-quasi-Einstein with conformally flat metric under the action of an  $(n-1)$ -dimensional translation group. We provide relations among the potential function, the soliton function and the conformal function.

## Bernstein type results for complete spacelike hypersurfaces immersed in a weighted conformally stationary spacetime

**Marcio Silva Santos** ([marciomat28@gmail.com](mailto:marciomat28@gmail.com))  
UFPB - Universidade Federal da Paraiba

**Abstract.** In this work, we deal with complete noncompact spacelike hypersurfaces immersed in a weighted conformally stationary spacetime endowed with a closed conformal timelike vector field  $V$ . Under suitable constraints on the weighted mean curvature of such a spacelike hypersurface, we establish sufficient conditions to ensure that it must be an integral leaf of the foliation orthogonal to  $V$ .

## Submanifolds immersed in a warped product: rigidity and nonexistence

**Marco Antonio Lázaro Velásquez** ([marco.velasquez@mat.ufcg.edu.br](mailto:marco.velasquez@mat.ufcg.edu.br))  
UFCG - Universidade Federal de Campina Grande

**Abstract.** In this talk, we deal with  $n$ -dimensional submanifolds immersed in a warped product space of the type  $I \times_f M^{n+p}$  whose warping function  $f$  has convex logarithm. Assuming that such a submanifold  $\psi : \Sigma^n \rightarrow I \times_f M^{n+p}$  is either closed or stochastically complete, with constant support function  $\langle \vec{H}, \partial_t \rangle$  where  $\vec{H}$  stands for the mean curvature vector field of  $\psi$  and  $\partial_t$  denotes the unit vector field tangent to the interval  $I \subset \mathbb{R}$ , we prove that  $\psi(\Sigma)$  must be contained in a slice of  $I \times_f M^{n+p}$ . As a consequence of our rigidity results, when  $p = 1$  we obtain nonexistence results concerning minimal submanifolds immersed in such an ambient space.

**Key words and phrases:** Warped product spaces; closed and stochastically complete submanifolds; mean curvature vector field; minimal submanifolds.

\*Talk that corresponds to the article: Jogli G. Araujo, Henrique F. de Lima and Marco A.L. Velásquez, "Submanifolds in warped products: rigidity and nonexistence", to appear in February 2019 into "Proceedings of the American Mathematical Society".

<http://www.ams.org/journals/proc/0000-000-00/S0002-9939-2018-14272-0/home.html>

## On the spectrum of warped products and G-manifolds

**Marcus Antonio Mendonça Marrocos** ([marcusmarrocos@gmail.com](mailto:marcusmarrocos@gmail.com))  
UFABC

**Abstract.** In this conference we study the generic spectrum of warped products and G-manifolds (that contain principal bundles). We establish a kind of splinting eigenvalues theorem considering a family of differential operators on the base of a warped product. As a consequence, we prove a density theorem for a set of warping functions that makes the spectrum of the Laplacian a warped-simple spectrum. This is then used to study the generic situation of the eigenvalues of the Laplacian on a class of compact G-manifolds. In particular, we give a partial answer to a question posed in 1990 by Steven Zelditch about the generic situation of multiplicity of the eigenvalues of the Laplacian on principal bundles.

## Gradient Ricci solitons with structure of warped product

**Romildo da Silva Pina** ([romildo@ufg.br](mailto:romildo@ufg.br))  
UFG

**Abstract.** We consider semi-Riemannian warped product gradient Ricci solitons. We prove that the potential function depends only on the base and the fiber is necessarily Einstein manifold. We provide all such solutions in the case of steady gradient Ricci solitons when the base is conformal to an  $n$ -dimensional pseudo-Euclidean space, invariant under the action of an  $(n - 1)$ -dimensional translation group, and the fiber is Ricci-flat.

## Embeddedness, Convexity, and Rigidity of Hypersurfaces in Product Spaces

**Ronaldo Freire de Lima** ([zabumbe@gmail.com](mailto:zabumbe@gmail.com))  
Universidade Federal do Rio Grande do Norte

**Abstract.** This talk is based on a recent work (available at arXiv under the same title) where we establish a Hadamard-Stoker type theorem combined with a Cohn-Vossen rigidity type theorem for complete connected hypersurfaces  $f : M^n \rightarrow H^n \times \mathbb{R}$ , where  $H^n$  is a Hadamard manifold. Namely, we prove that if such an  $f$  has positive extrinsic curvature and its height function has a critical point, then it is an embedding and  $M$  is homeomorphic to  $S^n$  or  $\mathbb{R}^n$ . Furthermore,  $f(M)$  bounds a convex set in  $H^n \times \mathbb{R}$  and, in the particular case where  $H^n$  is the hyperbolic space  $\mathbb{H}^n$ ,  $f$  is rigid (i.e., unique up to isometries of  $\mathbb{H}^n \times \mathbb{R}$ ) in the class of hypersurfaces of  $\mathbb{H}^n \times \mathbb{R}$  whose extrinsic curvature coincides with that of  $f$ .

It is shown that, except for the assumption on convexity, this result is valid for hypersurfaces in  $S^n \times \mathbb{R}$  as well. We apply these theorems to show that a compact connected constant mean curvature hypersurface in  $\mathbb{H}^n \times \mathbb{R}$  or  $S^n \times \mathbb{R}$  with positive extrinsic curvature is a rotational sphere. We also prove that a complete connected proper hypersurface  $f : M^n \rightarrow S^n \times \mathbb{R}$  with nonnegative extrinsic curvature is embedded and homeomorphic to  $S^{n-1} \times \mathbb{R}$ , provided its height function has no critical points. Analogous theorems for hypersurfaces in warped product spaces  $\mathbb{R} \times_\rho H^n$  and  $\mathbb{R} \times_\rho S^n$  are obtained. In all of these results, the manifold  $M^n$  is assumed to have dimension  $n \geq 3$ .

## Ricci Flow does not preserve Warped Product

**Valter Borges Sampaio Junior** ([nablavalter@gmail.com](mailto:nablavalter@gmail.com))  
UnB

**Abstract.** We show that Ricci flow does not preserve warped product structure in general. Similarly to the case of warped product Ricci solitons, a necessary condition for such a structure to be preserved is that the fiber must be an Einstein manifold. We also prove that the warping function is constant in the ancient case, provided its fiber has non positive scalar curvature and its base is compact. Applying this result to self-similar solutions we prove that neither shrinking nor steady non-trivial warped product Ricci flow can exist, provided its base is compact and its fiber has non positive scalar curvature.

## The functional $L^2$ -norm of the second fundamental form

**Walcy Santos** ([walcy@im.ufrj.br](mailto:walcy@im.ufrj.br))  
UFRJ

**Abstract.** We consider  $f : M^n \rightarrow N^{n+p}$  a isometric immersion of a Riemannian manifold  $M$  into  $N$  and denote by  $\alpha$  its second fundamental form. We define the following functional

$$\Phi(M) = \int_M ||\alpha||^2 d\mu,$$

and view it as a functional defined over the space of all isometric immersions of  $M$  into  $N$ . We will discuss some properties of the critical points of this functional.

## Einstein four-manifolds with pinched sectional curvature

**Xiaodong Cao** ([xiaodongcao@cornell.edu](mailto:xiaodongcao@cornell.edu))  
Cornell University

**Abstract.** In this talk, I will start with an introduction to the Einstein 4-manifold. Then I will discuss some earlier result on the classification of the positive case. Finally, I will mention some recent development in this area.

# Mathematics Education

## Etnomatemática: Pesquisando saberes Matemáticos culturais

Alcione Marques Fernandes ([alcione@mail.uft.edu.br](mailto:alcione@mail.uft.edu.br))

UFT

**Abstract.** A Etnomatemática, como área de investigação, surgiu a partir das relações convergentes entre a Matemática, a Antropologia, a cultura e a sociedade. O desabrochar dessa nova área, considerada relativamente recente, aconteceu a partir da palestra do pesquisador e educador matemático brasileiro Ubiratan D'Ambrosio no 5º Congresso Internacional de Educação Matemática (ICME5), que ocorreu em Adelaide, na Austrália, em 1984, ocasião em que o termo Etnomatemática e sua conceituação teórica foram apresentados à comunidade científica. A palavra deriva da composição de três termos: ethno: conjunto de valores e mitos comumente aceitos em um grupo cultural, techné: arte ou técnica e mathemá: processos de explicação e compreensão. Os três termos juntos formam o termo Etnomatemática. Para D'Ambrosio, considerado o pai intelectual da área, ela pode ser definida como: "[...] a arte ou técnica de explicar e conhecer, em diferentes ambientes culturais" (D'AMBROSIO, 2014, p. 22). Desenvolvo pesquisas na Etnomatemática registrando os saberes e fazeres de comunidades tradicionais, principalmente das comunidades quilombolas do município de Arraias (Tocantins). Apresentarei, nesta palestra, alguns pontos relevantes de minhas pesquisas Etnomatemáticas

## Active Learning – methods, results and challenges

Alvaro José Magalhães Neves ([ajmneves@ufv.br](mailto:ajmneves@ufv.br))

UNIV. FEDERAL DE VIÇOSA - UFV

**Abstract.** We begin with a comparison between the traditional and the new active teaching methodologies, emphasizing the so-called Peer Instruction. We illustrate with our results the superior outcomes one may obtain with these methods and also the difficulties they entail. Along the way, the importance of scientifically monitoring results about learning is highlighted. Regarding Peer Instruction, the key role of posing good conceptual questions to students is discussed with examples. Beyond methodologies, we outline some recent advances in cognitive psychology with direct application in the classroom. In particular, we briefly present findings about the importance of an efficient management of the working memory and about the different approaches to problem employed by experts and novices in different fields.

## A importância do estudo das geometrias não euclidianas

Ana Carolina Santana Lemes ([ana\\_carolina\\_2011@hotmail.com](mailto:ana_carolina_2011@hotmail.com))

UEG

Fernanda Gontijo ()

Matheus Alexandre Oliveira ()

**Abstract.** O presente trabalho foi desenvolvido a partir de uma oficina ministrada, na qual se constatou a dificuldade dos alunos em relação às geometrias não euclidianas. Com base nos dados, elaboramos uma pesquisa sobre a importância do estudo dessas geometrias, relatando as formas de abordagem, avaliando o nível de conhecimento dos alunos no conteúdo e discutindo suas aplicações. A partir do estudo, concluímos sobre a necessidade do estudo dessas geometrias desde o ensino básico com o intuito de aperfeiçoar o conhecimento em relação a essas geometrias. Isso deve ocorrer principalmente na formação de professores para que tenham total domínio da disciplina.

## **Uma Experiência no Estágio Supervisionado: Algumas considerações e o uso do jogo para o Ensino de Matemática**

**Ana Maria Libório de Oliveira** ([ana.liborio@ifb.edu.br](mailto:ana.liborio@ifb.edu.br))

IFB

**Paulo Augusto Caixeta Borges** ()

**Abstract.** Este trabalho tem como principal objetivo relatar as diversas experiências vivenciadas durante a disciplina de Estágio Supervisionado I, do curso de Licenciatura em Matemática, com a disposição de um semestre de observação. Verificou-se a importância do Estágio Supervisionado para os cursos de Licenciatura, o que relata a relevância dessa disciplina para a formação de professores. Os resultados trazem as principais experiências vivenciadas durante a disciplina, como, por exemplo: a didática do (a) professor (a), os métodos de avaliação, o bullying sofrido por alguns alunos e a aplicação de um dominó dos ângulos complementares para auxiliar na fixação do conteúdo.

## **Laboratório de Matemática: desafio a investigação matemática em rede**

**Andreia Julio De Oliveira Rocha** ([andreiajuliomatema@gmail.com](mailto:andreiajuliomatema@gmail.com))

UnB

**Geraldo Eustáquio Moreira** ([geust@unb.br](mailto:geust@unb.br))

UnB

**Abstract.** Por definição, o Laboratório de Matemática (LM) pode ser visto como um espaço de construção do conhecimento, de desenvolvimento de criatividade, o que está em consonância com documentos como a BNCC do Ensino Fundamental e do Ensino Médio. Segundo Maldaner (2011), o fracasso escolar deixa claro que a metodologia baseada na memorização de regras e definições, empregada no ensino da Matemática, não suscita o interesse e nem a aprendizagem dos diversos conteúdos matemáticos. “É preciso uma metodologia significativa, que traga respostas aos estudantes como seres que pensam” (MALDANER, 2011, p.29). Esta linha de pensamento se refere à dimensão humana da matemática, tratada por D’Ambrósio em seu livro “Educação Matemática: da teoria à prática” (1997). Considerando o exposto acima, esta pesquisa tem como objetivo investigar a importância da implantação do LM, em uma rede particular de Ensino (Marista – PMBCN), um projeto nacional. Como metodologia, foi elaborado um documento orientador para a implantação do

LM nas unidades da rede, assim como a capacitação dos docentes (formação docente em Cenários Investigativos em Matemática). Essa metodologia apresentou como resultados iniciais a definição de uma identidade institucional para o ensino da Matemática na rede, qual seja: a Investigação Matemática, e uma maior utilização de práticas Matemáticas por parte dos professores e estudantes.

**Palavras-chave:** Laboratório. Matemática. Educação. Prática. Investigação.

**Referências:**

- MALDANER, A. Educação Matemática: Fundamentos Teórico-práticos para professores dos anos iniciais. Porto Alegre: Mediação, 2011.
- D'Ambrósio, U. Educação Matemática: da teoria à prática. Papirus, 1997.
- AGUIAR, M. Uma ideia para o Laboratório de Matemática. 1999. Dissertação (Pós-graduação em Educação)- Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo. São Paulo - SP. 1999.

## Inquiry-Based Approaches to Mathematics in the Classroom<sup>1</sup>

Brigitte Lutz-Westphal ([brigitte.lutz-westphal@math.fu-berlin.de](mailto:brigitte.lutz-westphal@math.fu-berlin.de))  
Freie Universität Berlin

**Abstract.** Fostering inquiry in the mathematics classroom helps students to get a broader view of mathematics and to learn to think in a typical mathematical way. In this workshop we discuss several options how to implement inquiry in the mathematics classroom, e.g. the concept of dialogic learning, and give some practical examples (grades 1-12).

## O Ensino e a Aprendizagem de Frações: o Método Canadense em Foco

Bruno Guedes ()

Hyago de Sousa Lima ([hyagoslma@gmail.com](mailto:hyagoslma@gmail.com))

UnB

Regina da Silva Pina Neves ([reginapina@gmail.com](mailto:reginapina@gmail.com))

UnB

**Abstract.** A Educação Matemática é uma área que está em constante transformação, promovendo avanços no conhecimento do ensino e aprendizagem da matemática dentro e fora do Brasil. Aulas tradicionais, monótonas e mecanizadas não devem fazer parte da vida escolar dos alunos e a educação matemática busca novos métodos e técnicas para que o produto final seja alcançado com qualidade. Determinados conceitos, estratégias e aplicações previamente estudados estão sendo ignorados por alguns profissionais que acabam produzindo basicamente o que lhes foi ensinado. Algumas dessas técnicas, muitas vezes consideradas ultrapassadas ou inutilizáveis atualmente, se mostram tão

---

<sup>1</sup>Parceiro deste evento é o Centro Alemão de Ciência e Inovação São Paulo (DWIH São Paulo).



efetivas quanto o uso de aparelhos eletrônicos como tablets e computadores. O uso de novas tecnologias é de extrema importância, pois traz uma linguagem atual ao principal sujeito do processo, o estudante. Porém, isso deve ser algo complementar e exige do educador um senso crítico. Saber avaliar o valor pedagógico dessa atividade é tão importante quanto a própria utilização dela. Desde o início da vida escolar, as crianças são expostas a materiais manipulativos, portanto, é preciso reconhecer a importância de uma continuidade a fim de que não haja uma barreira entre os estágios do desenvolvimento matemático. A questão lúdica é necessária e faz com que educadores e educandos sintam prazer no processo de ensino e aprendizagem. Aulas dinâmicas e com a participação de todos os alunos, tanto na produção quanto na aplicação desses materiais são mais produtivas e motivadoras. O educador deve ter e ser capaz de utilizar todos os instrumentos mediadores para um ensino de qualidade, com o intuito de ampliar e garantir uma aprendizagem efetiva. Baseado em experiências vividas em um estágio supervisionado, no qual o foco era observar, desenvolver e ministrar aulas focadas em fração, foi possível identificar algumas falhas conceituais ao comparar alunos recém-chegados na instituição e alunos que sempre estiveram em contato com o método canadense de ensino. Segundo Charalambous e Pitta-Pantazi (2007, p. 293), "aprender frações é um dos mais sérios obstáculos para a maturação matemática de crianças". Levando isso em consideração, decidiu-se focar no método canadense. O conhecimento prévio dessa maneira de ensinar permitiu identificar um padrão prático: o currículo se dá em forma de espiral e os alunos têm a oportunidade de rever os mesmos conceitos em cada ano dos ensinos fundamental 1 e 2. Além disso, o modelo de ensino canadense também foi baseado no Singapore Math que é dividido em três passos: concreto, pictórico e abstrato. No primeiro, foi realizada uma experiência hands-on com uso de objetos concretos. No segundo, uma representação ilustrada seguida de uma prática abstrata usando números e símbolos. O conhecimento é construído durante todo esse processo e isso está fielmente demonstrado na rotina escolar. O estudo sugere a continuação do uso de materiais manipulativos bem como uma rotina pré-estabelecida e concretizada em sala de aula. Não ensinar o como, mas o porquê é necessário e suficiente para que os alunos consigam aplicar todos os conhecimentos em diferentes áreas, fazendo assim com que a matemática esteja mais presente na vida de todos.

### Referências

- LORENZATO, Sérgio (Org.). *O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores*. Campinas, SP: Autores Associados, 2006. Coleção Formação de Professores.
- RÊGO, R.G; RÊGO, R. M. Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino da matemática. In: Lorenzato, Sérgio (org.). *O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores*. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 39 -56.
- KILPATRICK, J. (1992). A history of research in mathematics education. In: GROUWS, D. A. (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics*. New York, NY, England: Macmillan Publishing Co, Inc.

## Construção do Número pela Criança com Deficiência Intelectual: A percepção entre diferentes ambientes escolares

Carine Almeida Silva Noleto ([noletocarine@gmail.com](mailto:noletocarine@gmail.com))  
SEEDF

**Abstract.** Pensar na construção do conceito de número pela criança com deficiência intelectual levou à constituição do objeto desta pesquisa. O objetivo geral foi analisar os processos mentais

associados à construção do número, desenvolvidos na sala de aula e na sala de recursos por uma criança com deficiência intelectual em fase de alfabetização. O sujeito de pesquisa foi uma criança com o diagnóstico de deficiência intelectual, estudante do terceiro ano do ensino fundamental, em uma escola pública do Distrito Federal. As bases conceituais da pesquisa fundamentam-se, principalmente, na Educação Matemática, na Educação para Todos, ancorada na realidade da educação inclusiva, na deficiência intelectual. O referencial teórico se apoia na alfabetização matemática e suas manifestações na escrita infantil de Danyluk (1998); no conceito de número e sua construção pela criança, pesquisados por Piaget (1981) e Kamii (2012), no conceito de Ser matemático de Muniz (2002, 2008, 2009, 2014, 2015), na Teoria dos Campos Conceituais, de Vergnaud (1990, 1993, 2003, 2009) e na perspectiva histórico-cultural com Vigotski (1983, 1997, 2003, 2004, 2009, 2011). A pesquisa se caracteriza como estudo de caso, em uma abordagem qualitativa, e foi realizada com a perspectiva construtivo-interpretativa das informações de González-Rey (2015). O estudo tratou sobre aprendizagem e processos mentais de construção de significados e sentidos subjetivos na alfabetização matemática e, mais especificamente, da construção conceitual do número. Portanto, foi feita a escolha pela perspectiva histórico-cultural para guiar as ações da pesquisa; sendo uma escolha teórica, metodológica e epistemológica, que se justifica por alinhar-se à proposição da pesquisa. Durante um ano letivo, foram realizadas observações participantes e momentos de intervenção pedagógica, com atividades matemáticas, visando à análise dos processos envolvidos na construção conceitual de número. As observações e as intervenções aconteceram na sala de aula regular e na sala de recursos, com o objetivo de compreender o desenvolvimento da criança em ambientes sociais distintos. Os resultados apresentam-se em categorias de análise em que a criança, sujeito de pesquisa, demonstra simbolizar os dois ambientes escolares diferentemente, é capaz de resgatar sua autoconfiança em sua capacidade de aprendizagem e realiza importantes avanços na construção do conceito de número. As análises apontam para o resgate, pela criança, de seu lugar como sujeito de suas aprendizagens e de seu desenvolvimento.

## A inclusão de deficientes visuais na aprendizagem de matemática: um mapeamento bibliográfico

**Carla Lima Santos ()**

**Karla Amâncio Pinto Fieldt's** ([kapf2@hotmail.com](mailto:kapf2@hotmail.com))

IFB

**Paulo Sérgio de Oliveira Conceição** ([paulo\\_98mil@hotmail.com](mailto:paulo_98mil@hotmail.com))

IFB

**Abstract.** Este artigo tem por objetivo mapear as publicações de artigos sobre educação matemática para deficientes visuais. A metodologia consistiu em analisar as edições das principais revistas de educação matemática, bem como a Revista Brasileira para Cegos, no período de 2000 a agosto de 2018. Foram encontrados e selecionados vinte e oito artigos, entre eles, relatos de experiência e entrevistas. A pesquisa expõe que o tema de maior abordagem refere-se ao ensino da geometria, por ser um conteúdo com grande número de materiais concretos no mercado, o que facilita o trabalho com deficientes visuais. Os resultados ainda apontam que o maior número de publicação é do periódico do Benjamim Constant, revista destinada ao público deficiente visual. Nas outras revistas, a quantidade de artigos publicados é bem restrita, fato que nos diz que o tema é pouco explorado, sendo necessário intensificar as pesquisas na área de ensino para deficientes visuais. Uma proposta para se reverter esse quadro é incluir projetos de pesquisa na área de inclusão nos cursos de licenciatura, pois

é necessário que tais alunos sejam incluídos na rede regular de ensino e que tenham uma educação de qualidade, uma vez que tais condições são de direito.

## Metodologias Ativas no Ensino da Matemática

**Cleiton Rodrigues dos Santos** ([profcleitonrs@gmail.com](mailto:profcleitonrs@gmail.com))

SEEDF

**Wesley Vieira Xoteslem** ([wesley.wvx@gmail.com](mailto:wesley.wvx@gmail.com))

Colégio Marista de Brasília

**Abstract.** A reflexão acerca das propostas didáticas que um professor de matemática utiliza no seu cotidiano configura como um dos seus trabalhos diários em prol da aprendizagem dos seus estudantes, quer seja na introdução do estudo de um conceito ainda não vivenciado por esses estudantes ou na resolução de problemas diferentes dos já trabalhados anteriormente. Propomos, nesta oficina, reflexões de como trabalhar a Resolução de Problemas Abertos, sejam eles convencionais ou não convencionais, utilizando metodologias ativas com inclusão de tecnologia na construção de plano de aulas, aviltando os recursos educacionais digitais, de preferência abertos. Para tanto, sugerimos a reflexão do processo de construção de conhecimento a partir de problemas abertos com o uso de estações rotacionais, o modelo de sala de aula invertida e o uso de plataformas computacionais gratuitas que abarcam o Modelo Híbrido de Ensino.

### Referências

- ALVES, F. Gamification: como criar experiências de aprendizagem engajadoras: um guia completo do conceito a prática. 2a ed. rev. e ampl. ed. São Paulo: DVS Editora, 2015.
- BACICH, L.; NETO, A. T.; TREVISANI, F. D. M. Ensino híbrido: personalização e tecnologia na educação. Porto Alegre: Penso, 2015.
- BRASIL. PCN+ Ensino Médio - Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais, Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: Ministério da Educação, v. 2, 2006.
- CASALI, A. Éticas e Tecnologias no Currículo: Fundamentos para Políticas e Práticas. In: VALLE, Luiza Elena L. R. do; MATTOS, Maria Jose V. M. de; COSTA, José Wilson de (Orgs.) Educação Digital: a tecnologia a favor da educação. Porto Alegre: Penso, 2013.
- FREIRE, P. Pedagogia da autonomia: saberes necessários a prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996.
- HORN, M. B.; STAKER, H. Blended: usando a inovação disruptiva para aprimorar a educação. Tradução de Maria Cristina Gularde Monteiro. Porto Alegre: Penso, 2015.
- LIMA, L. H. F. D.; MOURA, F. R. D. O professor no ensino híbrido. In: BACICH, Lilian; TANZI NETO, Adolfo; TREVISANI, Fernando de Mello. Ensino híbrido: personalização e tecnologia na educação. Porto Alegre: Penso, 2015.
- MORAN, J. Educação híbrida: um conceito-chave para a educação, hoje. In: BACICH, Lilian; TANZI NETO, Adolfo; TREVISANI, Fernando de Mello. Ensino híbrido: personalização e tecnologia na educação. Porto Alegre: Penso, 2015.

- MORAN, J. M.; MARCOS T. MASSETO, M. A. B. Novas tecnologias e mediação pedagógica. Campinas: Papirus, 2013.
- MUNHOZ, A. S. ABP: Aprendizagem Baseada em Problemas: ferramenta de apoio ao docente no processo de ensino e aprendizagem. São Paulo: Cengage Learning, 2015.
- RODRIGUES, E. F. A avaliação e a tecnologia: a questão da verificação de aprendizagem no modelo de ensino híbrido. In: BACICH, Lilian; TANZI NETO, Adolfo; TREVISANI, Fernando de Mello. Ensino híbrido: personalização e tecnologia na educação. Porto Alegre: Penso, 2015.
- SUNAGA, A.; CARVALHO, C. S. As tecnologias digitais no ensino híbrido. In: BACICH, Lilian; TANZI NETO, Adolfo; TREVISANI, Fernando de Mello. Ensino híbrido: personalização e tecnologia na educação. Porto Alegre: Penso, 2015.
- VALLE, L. E. L. R. D.; MATTOS, M. J. V. M. D.; COSTA, J. W. D. (Orgs. ). Educação digital: a tecnologia a favor da educação. Porto Alegre: Penso, 2013.
- WWW.SLIDEShare.NET/PROFESSORTANZI/ENSINO-HBRIDO- FURBBLUMENAU/2. Acesso em: 12 abril 2018.

## **Explorando a geometria com alunos no Ensino Médio através de um Workshop de criatividade em matemática**

Cleyton Hércules Gontijo ([cleyton@mat.unb.br](mailto:cleyton@mat.unb.br))

UnB

Mateus Gianni Fonseca ([mateus.fonseca@ifb.edu.br](mailto:mateus.fonseca@ifb.edu.br))

IFB

Matheus Delaine Teixeira Zanetti ([matheuszanzetti13@gmail.com](mailto:matheuszanzetti13@gmail.com))

UnB

**Abstract.** Melhorar o pensamento crítico e criativo em matemática é um desafio para os professores e um assunto estudado por pesquisadores de todo o mundo. Contudo, no cenário brasileiro, ainda é difícil encontrar atividades didáticas com este propósito. Neste trabalho, iremos relatar uma oficina realizada com um grupo de 18 estudantes de duas escolas públicas do Distrito Federal que estavam cursando o último ano do ensino médio, cujo objetivo era revisar propriedades de figuras geométricas de duas e três dimensões, bem como identificar onde os alunos apresentam alguma dificuldade de aprendizado no que diz respeito a esta temática. Além disso, outro objetivo da oficina é que os alunos sejam inseridos em um ambiente propício ao desenvolvimento da criatividade matemática, no qual as pressões do ambiente de sala de aula dão lugar a um espaço mais lúdico e descontraído. A oficina foi elaborada com base na literatura de educação matemática no que diz respeito ao conceito de criatividade matemática e as estratégias envolvidas no seu aprimoramento. Com o material produzido pelos alunos participantes, podemos ver como ao pensamento crítico e criativo em matemática se torna presente na sala de aula e, também, constatar a eficácia da atividade em alcançar os objetivos que foram propostos.

**Palavras-chave:** Criatividade matemática. Melhoria do pensamento crítico e criativo. Educação matemática. Figuras geométricas.

### **Referências**

- DACEY, John; CONKLIN, Wendy. *Creativity and the standards*. Huntington Beach: Shell Education, 2013.
- FONSECA, Mateus Gianni. Construção e validação de instrumento de medida de criatividade no campo da matemática para estudantes concluintes da educação básica. 2015. 104f. Dissertação (Mestrado em Educação), Universidade de Brasília, Brasília.
- GONTIJO, Cleyton Hércules. Relações entre criatividade, criatividade em matemática e motivação em matemática dos alunos do ensino médio. 2007. 194f. Tese (Doutorado em Psicologia), Instituto de Psicologia, Universidade de Brasília, Brasília.
- LEIKIN, Roza; PITA-ANTAZI, Demetra. *Creativity and mathematics education: The state of the art*. ZDM Mathematics Education, Berlim, v. 45, p. 159-166, 2013.
- MANN, Eric Louis. *Mathematical creativity and school mathematics: indicators of mathematical creativity in middle school students*. 2005. 130f. Doctoral dissertation (Philosophy). University of Connecticut, Connecticut.

## **Oficinas de criatividade em matemática e seus efeitos na motivação em matemática de concluintes do Ensino Médio**

**Cleyton Hércules Gontijo** ([cleyton@unb.br](mailto:cleyton@unb.br))

UnB

**Mateus Gianni Fonseca** ([mateus.fonseca@ifb.edu.br](mailto:mateus.fonseca@ifb.edu.br))

IFB

**Matheus Delaine Teixeira Zanetti** ([matheuszanzetti13@gmail.com](mailto:matheuszanzetti13@gmail.com))

UnB

**Abstract.** A capacidade de produzir diferentes soluções ou de produzir uma solução a partir de múltiplas abordagens está relacionada ao que se denomina por criatividade em matemática (GONTIJO, 2007). Essa capacidade de pensamento é discutida amplamente em diversos países (MANN, 2005; KATTOU, et. al., 2013), todavia, no cenário brasileiro, ainda existem poucos trabalhos nessa área, sobretudo, no que se refere ao ensino médio (GONTIJO, 2007; FONSECA, 2015; FARIAZ, 2015). A criatividade em matemática pode ser útil para que o estudante compreenda que a matemática é mais do que simplesmente aplicar algoritmos já previamente determinados. É pensar, refletir, conjecturar, testar. Ações essas que podem contribuir para que o estudante se motive mais em matemática. Baseados nisso, buscou-se compreender, nesta pesquisa, os efeitos de oficinas de criatividade em matemática na motivação em matemática de um grupo de estudantes da terceira série do ensino médio. Dois grupos de estudantes voluntários participaram da pesquisa. Ao primeiro deles (controle) foram oferecidas aulas convencionais de matemática; enquanto que, ao segundo grupo (experimental), foram oferecidas sete oficinas de criatividade em matemática. Uma escala de motivação em matemática foi aplicada antes e depois da intervenção mencionada de modo a captar os dados necessários. Por resultados, encontrou-se uma diferença significativa nos níveis de motivação do grupo experimental comparando o antes e o depois das oficinas. Em relação ao grupo controle, não foram observadas diferenças significativas. Isso indica que o estímulo à criatividade em matemática pode ter influência positiva na forma como as pessoas agem em relação à matemática, motivando-as.

## A matemática no primeiro ano do ensino fundamental: um olhar para a formação do professor

Cristiane Teixeira Antunes ([cris.anthunes@gmail.com](mailto:cris.anthunes@gmail.com))

IESB

Milene de Fátima Soares ()

**Abstract.** O presente estudo teve como objetivo compreender como o ensino da Matemática é realizado por uma professora de primeiro ano do ensino fundamental, em uma escola pública de Valparaíso/GO. Buscou-se discutir Matemática e Educação Matemática, discorrendo sobre a importância de se aprender e ensinar Matemática por meio da grande área que é a Educação Matemática, à luz dos autores D'Ambrosio (1993) e Pais (2001), amparando-se em Lorenzato (2006) e Muniz (2014, 2016), para tratar do alicerce para a aprendizagem Matemática, com auxílio de Rodrigues (2013), Froebel (1992 apud KISHIMOTO 2008), Smole (1998, apud SILVA 2012), Biembengut (2009, p. 13) e Pais (2015) na discussão sobre as estratégias a serem utilizadas no processo de construção desse alicerce. Por fim, discutimos sobre os desafios e a importância da formação inicial e continuada, para que o professor que ensina Matemática torne-se um Educador na área, à luz dos estudos de D'Ambrósio (1993), Muniz (2014), Libâneo (2011), Ferreira (2013), Nogueira, Pavanello e Oliveira (2016). A pesquisa em questão foi qualitativa, exploratória, com abordagem em estudo de caso, utilizou-se como instrumentos para a coleta de dados a observação e a entrevista. Notou-se que a professora pesquisada precisa despertar para a necessidade da formação continuada em Matemática e investir nisso, a fim de construir as competências e habilidades necessárias para oportunizar uma aprendizagem significativa dessa área do saber em sua prática pedagógica.

## Análise de algumas compreensões algébricas de estudantes de Ensino Superior

Débora Barbosa de Moura ([deb18gyn@gmail.com](mailto:deb18gyn@gmail.com))

UFG

Karly Barbosa Alvarenga ([karlyalvarenga@gmail.com](mailto:karlyalvarenga@gmail.com))

UFG

**Abstract.** Este trabalho apresenta um histórico da análise de erros em educação matemática, no qual se destaca a importância da utilização do erro como estratégia no desenvolvimento do ensino e da aprendizagem e apresenta uma análise das compreensões algébricas de alunos ingressantes em três cursos da área de ciências exatas, de uma Universidade pública no estado de Goiás. A Teoria de Erros é o referencial mais marcante, além dos obstáculos Epistemológicos. Essa pesquisa realça a importância de se analisar os erros visando um maior suporte às estratégias didáticas para a melhoria da aprendizagem dos ingressantes em cursos na área de exatas. Durante nossa pesquisa, encontramos um artigo científico (NTCM)1910, com um teste algébrico que já retratava os erros mais cometidos em manipulação algébrica; isso nos incentivou a dar continuidade à investigação, pois há muito tempo esse tema tem sido abordado e muitos erros permanecem os mesmos. Marquis (1994) destaca que nos cursos de matemática, como trigonometria, geometria analítica e mesmo cálculo, ele utilizava questões no primeiro dia de aula que poucos alunos eram capazes de responder corretamente. O autor aponta que discutir as questões que causavam tantas dificuldades era muito

proveitoso, destacando que tais erros eram comuns da álgebra. Autores como: Movshovitz-Hadar (1987), Rico (1995) Pochulu (2004), em seus estudos, buscavam analisar e categorizar os erros mais comuns na Matemática por meio das atividades desenvolvidas pelos alunos. Os resultados apontam que as maiores dificuldades algébricas estão relacionadas às frações algébricas e às radiciações. O interesse por questões algébricas está associado ao fato de que a performance dos alunos nessa área da Matemática não está obtendo bons resultados e, ainda, porque a Álgebra tem grande relevância não só no campo da Matemática, como também em outras áreas, mas, muitas vezes, não tem sido bem ensinada nem bem compreendida.

## Um programa de Pós-Graduação em Educação Matemática no Centro-Oeste

**Edilene Simões Costa Dos Santos** ([edilenesc@gmail.com](mailto:edilenesc@gmail.com))  
UFMS

**Abstract.** Nessa fala, refletiremos sobre o processo de criação e atuação do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, focando seus movimentos de articulação com a pesquisa e formação/prática de professores que trabalham com o ensino e aprendizagem da matemática. Nessa perspectiva, discutiremos as potencialidades e as dificuldades de tal Programa por meio da estrutura, do público-alvo e do currículo. Apontaremos, também, como esse Programa tem contribuído para o fortalecimento da educação e da pesquisa em educação matemática na região, principalmente em recursos humanos para a pesquisa e o funcionamento de centros de pesquisa locais.

## A ludicidade na Educação Matemática Inclusiva

**Érica Santana Silveira** ([erica.s.silveira@hotmail.com](mailto:erica.s.silveira@hotmail.com))  
UnB

**Abstract.** A presença da Ludicidade na educação não é um fenômeno recente, ela percorreu várias épocas e povos, considerando-se que desde a época de Platão (427 a.C. - 347 a.C.) já se defendia a ideia de que as atividades lúdicas deveriam compor o cenário educativo destinado às crianças pequenas, em uma perspectiva que não incentivasse a competição entre os estudantes. No âmbito da educação de crianças com Necessidades Educacionais Específicas, foi, sobretudo, a partir dos estudos de Maria Montessori, isto já no século XX, que a valorização de expressões lúdicas, tais como o brincar e o uso de jogos no processo de ensino e aprendizagem, comparecem enquanto estratégias exitosas. Ressalta-se que as expressões lúdicas podem compor-se de jogos, brincadeiras e outras atividades que possam vir a despertar o espírito lúdico nos sujeitos que as realizam. Destarte, o objetivo desta comunicação é apresentar a Ludicidade a partir de pesquisas realizadas e destacar suas contribuições para a inclusão escolar de estudantes com deficiência visual no processo de ensino e aprendizagem de Matemática. A partir de estudos realizados junto a estudantes com deficiência visual, identificou-se que a Ludicidade e as expressões lúdicas podem contribuir para o desenvolvimento do sistema háptico ou tato ativo, uma vez que os indivíduos sem acuidade visual percebem o mundo ao seu redor através deste sistema. Ademais, podem contribuir para o entendimento de conceitos matemáticos, considerados abstratos ou com grande apelo visual, potencializando a aprendizagem neste componente curricular.

**Palavras-chave:** Educação Matemática. Ludicidade. Expressões lúdicas.

**Referências:**

- HUIZINGA, JOHAN. *Homo Ludens: O jogo como elemento da cultura.* Ed. 8. São Paulo: Perspectiva, 2014.
- LOPES, Maura Corcini; FABRIS, Eli Henn. *Inclusão e Educação.* Belo Horizonte: Autêntica, 2013.
- LUCKESI, Cipriano. *Ludicidade e formação do educador.* Revista Entreideias. Salvador, v. 3, n. 2, p. 13-23, jul./dez. 2014. Disponível em: <<https://portalseer.ufba.br/index.php/entreideias/article>>. Acesso em: 17 ago. 2018.
- MACEDO, Lino de; PETTY, Ana Lúcia Sícole; PASSOS, Norimar Christe. *Os jogos: o lúdico na aprendizagem escolar.* Porto Alegre: Artmed, 2005.
- MANTOAN, Maria Teresa Eglér. *Inclusão escolar: O que é? Por quê? Como fazer?* São Paulo: Summus, 2015.
- MASINI, Elcie F. Salzano. *O perceber de quem está na escola sem dispor da visão.* São Paulo: Cortez, 2013.

## A Influência dos fatores emocionais e sociais na aprendizagem em matemática

Fernandes Bernardes de Sousa ([wesleynh3@gmail.com](mailto:wesleynh3@gmail.com))

UnB

Wesley Pereira da Silva ([wesleynh3@yahoo.com.br](mailto:wesleynh3@yahoo.com.br))

SEEDF

**Abstract.** O presente artigo teve como objetivo identificar e investigar os fatores emocionais e sociais que dificultam a aprendizagem em Matemática dos alunos matriculados em turmas de 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola da Rede Municipal de Águas Lindas de Goiás e propor estratégias para diminuir essas dificuldades. A pesquisa se ancorou em uma abordagem qualitativa, utilizando como técnica de pesquisa entrevistas realizadas no ambiente escolar. Entrevistamos alunos e professores. Realizamos uma consulta de dados dos alunos e responsáveis no Sistema de Gestão que é uma plataforma online, além do levantamento de campo, com visitas em casas de alunos e responsáveis. Por meio da pesquisa, identificou-se que os fatores que mais dificultavam a aprendizagem da Matemática eram: falta de apoio familiar, condição social, falta de concentração e interesse, número elevado de faltas e distorção série/idade. O resultado da pesquisa provocou uma mudança em toda equipe escolar no sentido de desenvolver ações para melhorar o aprendizado de matemática dos alunos.

## Uma maneira fácil de aprender matemática utilizando jogos

Flávia De Oliveira Carvalho ([fvoliveira36@gmail.com](mailto:fvoliveira36@gmail.com))

SEEDF

Maria Dalvirene Braga ([dalvirenebraga@gmail.com](mailto:dalvirenebraga@gmail.com))

UnB

**Abstract.** Esse estudo, de abordagem qualitativa, investigou a implicação da utilização de jogos matemáticos como introdução ou fixação de conteúdos matemáticos, utilizando a Teoria da Aprendizagem Significativa. Apoiados nos escritos de Ausubel (1982), Brasil (2018), Fragelli (2011), Freitas (2004), Perrenoud (2000), bem como outros autores que dialogaram com eles, abordamos temas como: Ensino da Matemática no Ensino Fundamental Anos Finais, Ensino da Matemática por meio de jogos e Ensino da Matemática e a aprendizagem significativa. A pesquisa foi realizada com 24 alunos de duas turmas de 9º de uma escola pública de ensino fundamental da cidade do Gama, Distrito Federal. Para a coleta de dados, foram aplicados cinco jogos e duas avaliações (uma antes da aplicação dos jogos e ou posterior a aplicação dos jogos). Os dados foram coletados por meio da aplicação de jogos e posteriormente utilizados nas análises, em que foi constatado que a aplicação dos jogos como fixação do conteúdo, em geral, foi muito bem aceita pelos alunos. Um elemento observado foi a interação entre o conhecimento prévio e o conhecimento novo, pois foi notada, durante toda a dinâmica da aplicação, uma troca de conhecimentos entre os monitores e os alunos que não atingiram a média 5,0 do bimestre, enriquecendo, elaborando e diversificando o conhecimento, o que trouxe um novo significado para a aprendizagem. Percebeu-se também que, no decorrer de todo processo, os alunos foram participantes e ativos, levantando hipóteses, construindo estratégias, interpretando e reformulando as regras dos jogos. As considerações finais ressaltam que os jogos não devem ser concebidos como o fim, mas como meio de se promover uma aprendizagem significativa.

**Palavras-chave:** Ensino de Matemática. Jogos Matemáticos. Aprendizagem Significativa. Intereração entre alunos.

**Referências:**

- AUSUBEL, D. P. A aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel. São Paulo: Moraes, 1982.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC-SEC, 2017.
- FRAGELLI, R. R., MENDES, F. M. Batalha Naval dos Extremos Locais: jogos de Aprendizagem para o Ensino dos Cálculos. In: PAEE 2011- THIRD INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON PROJECT APPROACHES IN ENGINEERING EDUCATION (PAEE,), Aligning Engineering Education with Engineering Challenges, v. 1. p. 91-97, Lisboa, 2011.
- FREITAS, Rony Cláudio de Oliveira. Um ambiente para operações virtuais com o material dourado. 2004, 189f. Dissertação (mestrado em Informática) Universidade Federal do Espírito Santo, Centro Tecnológico, Espírito Santo, 2004.
- PERRENOUD, P; ALTET, M; CHARLIER, É; PAQUAY, L. Fecundas incertezas ou como formar professores antes de ter todas as respostas. In: PERRENOUD, P; PAQUAY, L; STAREPRAVO, Ana Ruth. Jogando com a Matemática: números e operações. Curitiba: Ed. Aymará, 2009.

## **Uma experiência de aprendizagem colaborativa no ensino de Cálculo Diferencial e Integral no curso de Zootecnia**

**Francisco Eteval da Silva** ([feitosaufam@gmail.com](mailto:feitosaufam@gmail.com))  
UFAM

**Abstract.** Neste trabalho, apresentamos os resultados de uma experiência realizada com ensino colaborativo na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I. A natureza desta pesquisa é descritiva e exploratória, recorrendo-se a abordagens quantitativa e qualitativa, por meio de um estudo de caso em uma turma de graduação do curso de Zootecnia da Universidade Federal do Amazonas (UFAM) no primeiro semestre de 2018. A análise e a interpretação dos dados obtidos indicaram uma melhora significativa no desempenho da turma partípice da pesquisa, se comparados ao desempenho de turmas submetidas aos métodos convencionais.

## História da Educação Matemática na América Latina. 10 chaves para a sua compreensão

Fredy Enrique González ([fredygonzalezdem@gmail.com](mailto:fredygonzalezdem@gmail.com))  
UFRN

**Abstract.** Nesta exposição, são propostas dez chaves para entender o processo de evolução histórica da Educação Matemática na América Latina; em primeiro lugar, presume-se que a América Latina, como resultado da emergência de um conjunto de repúblicas a partir dos vários processos de independência, não pode ser considerada como um bloco uniforme; reconhece-se que a educação pode ser assumida como um processo de Transculturação Conceitual em que os livros, além de promover uma educação dogmática, foram utilizados como meios para transmitir uma cultura matemática estrangeira; verificou-se que a formação em matemática foi reservada para a elite e também que o conhecimento matemático que circulou durante o período colonial era muito limitado e foi reservado para os membros das elites dominantes. Desse modo, verifica-se que a educação matemática durante a colonização espanhola e durante as primeiras décadas de vida republicana era elitista, dogmática, mnemônica, patriarcal, religiosa, rígida e não sistemática. No presente estudo, analisa-se brevemente a situação internacional da matemática e seu ensino no início do século XX, o papel desempenhado por Marshall Stone no Processo de Internacionalização da Educação Matemática, bem como o papel do CIAEM no desenvolvimento da Educação Matemática na América Latina, juntamente com o de outras organizações, jornais e Grupos de Educação Matemática na região.

**Palavras-chave:** História social. Transculturação conceitual. Repúblicas independentes. Colonização espanhola.

## A Contribuição dos Jogos Matemáticos no Ensino de Frações no Sexto Ano do Ensino Fundamental

Gabriele Oliveira Dos Santos Castro ([gabrieledossantos1313@gmail.com](mailto:gabrieledossantos1313@gmail.com))

UnB

Maria Dalvirene Braga ([dalvirenebraga@gmail.com](mailto:dalvirenebraga@gmail.com))

UnB

**Abstract.** Neste trabalho, apresentamos os resultados de um estudo de abordagem qualitativa, realizado em uma escola pública, localizada na zona rural de São Sebastião, Distrito Federal, em outubro de 2018, cujo objetivo geral foi analisar a contribuição dos jogos matemáticos no ensino de frações no sexto ano do ensino fundamental. Para o aporte teórico, utilizamos autores como, Borin (1996), Brasil (2018), Chevallard (2001), Libâneo (1994), Nunes e Bryant (1997) e Oliveira (2004). A coleta de dados foi realizada a partir de um questionário e produções de 30 alunos do sexto ano do

Ensino Fundamental, realizadas durante a aplicação de três jogos envolvendo o conteúdo de frações. Os dados foram organizados e categorizados para posterior análise. Os resultados mostraram que os jogos matemáticos podem contribuir de maneira significativa para o processo de aprendizagem de frações, pois desperta nos estudantes a curiosidade, a criatividade, o desenvolvimento cognitivo, além de construir de maneira efetiva o conceito de fração. Dessa forma se espera que o referido estudo contribua para todos os educadores como um apoio científico a ser usado nas suas metodologias educacionais.

**Palavras-chave:** Aprendizagem. Frações. Jogos matemáticos.

**Referências:**

- BORIN, Julia. Jogos e resolução de problemas: uma estratégia para as aulas de matemática. São Paulo: IME-USP, 1996.
- BRASIL, Ministério de Estado da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasil, 2018.
- CHEVALLARD, Yves; BOSCH, Marianna; GASCÓN, Josep. Estudar Matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem. 1<sup>a</sup> ed. Editora Artmed, 2001.
- LIB NEO, José Carlos. Didática. Editora Cortez, 1994.
- NUNES, T.; BRYANT, P. Crianças fazendo matemática. Porto Alegre, 1997.
- OLIVEIRA, Silvio Luiz de. Tratado de Metodologia Científica. 1<sup>a</sup> ed. Editora Pioneira, 2004.

## MATEMATHIKE: A arte de ensinar matemática

**Geraldo Eustáquio Moreira** ([geust@unb.br](mailto:geust@unb.br))

UnB

**Janaína Mendes Pereira da Silva** ([jana.mendes.ps@gmail.com](mailto:jana.mendes.ps@gmail.com))

UnB

**Abstract.** Este ensaio tem como objetivo analisar o ensino matemático no contexto escolar. Para isso, utiliza uma abordagem explicativa e traços críticos dos autores e aborda alguns aspectos da obra de Franz Kafka (1994): Um relatório para uma academia. Esse conto foi escolhido para uma possível discussão que será discorrida a partir do cenário exposto, que é o relato de uma professora sobre um processo de ensino e análise da produção escrita de um estudante na disciplina de matemática. Por meio do texto, se buscará a ideia de sujeito, juntamente com Illich (1982) e Rancière (2010) para discutir como a escola comporta-se diante de um aluno que não alcança o desenvolvimento em letramento ou numeramento, faz invisíveis indivíduos visíveis e, assim, produz uma imagem que não condiz com a realidade de um determinado espaço de aula, no aprendizado da disciplina Matemática. O ensaio é uma narrativa e tem como protagonistas um estudante, uma professora que ensina Matemática e a própria Matemática.

## Resolução de Problemas Envolvendo Função Quadrática com Aplicação do Software Geogebra

**Glaucia Garcêz Rodrigues** ([glauciaprofmatematica@gmail.com](mailto:glauciaprofmatematica@gmail.com))

UnB

Maria Darvirene Braga ([dalvirenebraga@gmail.com](mailto:dalvirenebraga@gmail.com))

UnB

**Abstract.** Este trabalho, de abordagem qualitativa, teve por objetivo geral pesquisar se o software GeoGebra facilita ou não a aprendizagem dos alunos por meio da Resolução de Problemas da Função Quadrática. Apoiados nos estudos de Almeida (2003), Dante (1995), Gadotti (2003), Onuchic (2014), Penteado (1999), Perrenoud (1999), Polya (1995), Valente (2000), bem como outros autores que dialogaram com eles, abordamos temas como: Perspectivas atuais da Matemática no ensino fundamental II, A tecnologia no âmbito educacional e A resolução de problemas associada às tecnologias no ensino fundamental II. A pesquisa foi realizada em uma escola pública de Goiânia-GO, com alunos do 9º ano do ensino fundamental II no período de maio à novembro de 2018. A pesquisa se deu em quatro etapas, sendo inicialmente aplicado um questionário, para obtenção de informação da relação dos alunos com a Matemática, se possuem acesso a algum dispositivo eletrônico e se conhecem o aplicativo GeoGebra. Na segunda etapa, foi revisado com as turmas a definição da Função Quadrática e a construção e análise de gráficos da função, usando o método argumentativo e expositivo no quadro branco. Após essa retomada de conteúdo, foram aplicadas aos alunos as atividades propostas, contempladas por problemas de Funções Quadráticas, utilizando a resolução descritiva de forma tradicional com lápis ou caneta e papel. Consequentemente, na terceira etapa, iniciou-se o primeiro contato com o software GeoGebra, os alunos acompanharam as instruções de como procederia o uso do software e seus comandos por meio do site: [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org), mediante as orientações da pesquisadora; em seguida, foi solicitado aos alunos que baixassem o aplicativo GeoGebra no celular. Por fim, na quarta etapa, foram aplicadas as mesmas atividades propostas na etapa anterior, utilizando o software GeoGebra no celular para resolvê-las. Os dados coletados, por meio de um questionário e das produções dos alunos, serviram para observar e analisar de forma sistemática os procedimentos de Resolução de Problemas de Função Quadrática aplicados por cada aluno, comparando as duas resoluções das atividades por métodos diferentes. Com isso, os resultados mostraram que após a utilização do software GeoGebra a Resolução dos Problemas foi eficaz, o que nos remete à constatação de que o uso do aplicativo pode qualificar o ensino e facilitar a aprendizagem de forma significativa.

**Palavras-chave:** Resolução de Problemas. Ensino da Matemática. Tecnologias da Informação e Comunicação.

## Referências

- ALMEIDA, M. E. B. A. Tecnologia e gestão do conhecimento na escola. In: VIEIRA, Alexandre Thomaz et al (Org.). Gestão educacional e tecnologia: Formação de educadores. São Paulo: Avercamp, 2003, p. 113-130.
- DANTE, R. L. Didática da resolução de problemas de matemática. São Paulo: Ática, 1995.
- GADOTTI, M. Perspectivas atuais da educação. 2000.
- NETTO, A. A. O. Novas tecnologias & universidade: da didática tradicionalista à inteligência artificial: desafios e armadilhas. Petrópolis-RJ: Vozes, 2005.
- ONUCHIC, L. R. Resolução de Problemas: Teoria e Prática. Jundiaí: Paco Editorial, 2014.
- PENTEADO, Miriam Godoy. Informática na educação matemática: Novos atores, novos cenários: discutindo a inserção dos computadores na profissão docente. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). Pesquisa em educação matemática: Concepções & perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999. P. 297-313.

- PERRENOUD, Philippe. Dez novas competências para ensinar. Trad. Patrícia Chittoni Ramos. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.
- POLYA, G. A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.
- VALENTE, José Armando (Org). Pesquisa, comunicação e aprendizagem com o computador: o papel do computador no processo ensino-aprendizagem. In: Portal MEC. Tecnologia, currículo e projeto, 2013, p. 22-30.

## **Uma proposta lúdica sobre o SUMMAÊ no IFG - CÂMPUS LUZIÂNIA**

**Igor Dos Santos Lima** ([igor.matematico@gmail.com](mailto:igor.matematico@gmail.com))

UnB

**Wagner Pereira Dos Santos** ([wmatematicasuperior@outlook.com](mailto:wmatematicasuperior@outlook.com))

SEEDF

**Abstract.** Este artigo tem como objetivo apresentar uma nova adaptação do Summaê para o IFG - Câmpus Luziânia, com o intuito de reduzir o alto índice de reprovação em Matemática dos alunos do primeiro ano dos Cursos Técnicos Integrados ao Ensino Médio em Edificações, Informática e Química. O Summaê é um jogo lúdico de perguntas e respostas e está inserido em uma das metodologias ativas, idealizadas pelo professor Ricardo Fragelli. A adaptação da proposta original do Summaê foi feita para o conteúdo de funções exponencial e logarítmica. A análise da proposta foi baseada, principalmente, nos autores Regina Grando, Tizuko Kishimoto e Carlos Muniz.

## **A Observação do Processo de Inclusão de uma Estudante com Deficiência Visual**

**Jefferson Matias Da Silva** ()

**Wesley Pereira Da Silva** ([wesley.silva@edu.se.df.gov.br](mailto:wesley.silva@edu.se.df.gov.br))

SEEDF

**Abstract.** A discussão sobre Inclusão tem, nos últimos anos, tomado de conta de todos os setores da sociedade, porém nada melhor do que a escola e os profissionais da educação para fazer essa discussão. O presente trabalho tem como tema O Ensino de Matemática para alunos com deficiência visual e traz uma abordagem sobre a inclusão dos estudantes com deficiência visual na educação básica, focando na abordagem do ensino de matemática, uma vez que essa disciplina requer, em sua prática, a inclusão de metodologias e recursos que auxiliem o estudante DV na busca do conhecimento matemático. Para tanto, o estudo tem como objetivo identificar e discutir as metodologias aplicadas no ensino de matemática para alunos com deficiência visual, verificar de que maneira esses alunos são acolhidos pela escola e de que forma os conteúdos são abordados em sala de aula. O trabalho está ancorado em uma abordagem qualitativa e utilizou entrevistas in loco com o professor regente da disciplina de Matemática, com a aluna DV e com gestores do Núcleo de Apoio Pedagógico do

Município de Cruzeiro do Sul Acre. Identificamos que a inclusão da estudante com deficiência visual nas aulas de Matemática não ocorre de forma plena, de modo a garantir a sua participação ativa.

## Livros dinâmicos de Matemática

**Jorge Cássio Costa Nóbrega** ([jcassio@gmail.com](mailto:jcassio@gmail.com))  
UFSC

**Abstract.** Duval (2009, p. 101) diz que, para a aprendizagem matemática, é importante “[...] possibilitar a exploração de todas as variações possíveis de uma representação num registro, fazendo prever, ou observar, as variações concomitantes da representação em outro registro”. Diante disso, cabem os seguintes questionamentos: Como possibilitar isso? Quais instrumentos possibilitam uma exploração que permita prever ou observar as variações concomitantes da representação em outro registro? Nesta palestra, buscarei mostrar como venho tentando responder a essas questões por meio de livros dinâmicos de matemática. Apresentarei algumas contribuições desses livros, buscando mostrar como eles podem ajudar a superar alguns limites dos livros tradicionais e contribuir para a aprendizagem matemática. Serão enfatizados alguns elementos fundamentais dos livros dinâmicos: Textos Dinâmicos, Demonstrações Matemáticas Dinâmicas e Exercícios Dinâmicos. Além disso, mostrarei como os livros dinâmicos podem ser copiados, editados e usados com estudantes.

### Referência:

- DUVAL, R. Semiósis e Pensamento Humano: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais. Tradução L. F LEVY; M.R.A SILVEIRA. 1. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

## A Teoria de Ausubel e o Ensino da Resolução de Problemas em Licenciandos de Matemática

**Josinalva Estacio Menezes** ([jomene@bol.com.br](mailto:jomene@bol.com.br))  
UnB  
**Maria Dalvirene Braga** ([dalvirenebraga@gmail.com](mailto:dalvirenebraga@gmail.com))  
UnB  
**Rui Seimetz** ([r.seimetz@mat.unb.br](mailto:r.seimetz@mat.unb.br))  
UnB

**Abstract.** Nesta pesquisa, cujo tipo é de estudo exploratório, objetivamos investigar os elementos da teoria de Ausubel, especificamente os subsunções e a existência de aprendizagem significativa em atividades com alunos de Licenciatura em Matemática em uma universidade pública. Com base nas ideias desta teoria, focamos no entendimento de que, na resolução de problemas, o aluno recorre aos conhecimentos prévios existentes em sua estrutura cognitiva. Convidamos 6 (seis) alunos para participarem da pesquisa empírica, que foram selecionados a partir das respostas a um problema proposto por escrito, que deveria ser respondido em três áreas diferentes com as perspectivas de aplicação pedagógica futura. Os respondentes devolveram a atividade, e sua resolução no serviu de indicador para fundamentar a nossa análise. Como resultados, identificamos o uso de subsunções pelos licenciandos, presentes na sua estrutura cognitiva, expressos nos conteúdos vistos no ensino básico e nas disciplinas do ensino superior. A resolução de problemas associada com a teoria de

Ausubel também oportuniza ao aluno essa mobilização dos conteúdos ancorados em sua estrutura cognitiva, na busca de enfrentar a nova situação advinda com um problema; também captamos aspectos positivos na associação dessa teoria ao ensino-aprendizagem da resolução de problemas, tanto no ensino básico, quanto no ensino superior, especificamente na licenciatura em matemática.

**Palavras-chave:** Aprendizagem significativa. Resolução de problemas. Licenciandos de matemática.

## Dificuldades e avanços no cotidiano do Ensino Superior à Distância: potencialidades e fragilidades de uma plataforma de Ambiente Virtual de Aprendizagem

**Josinalva Estacio Menezes** ([jomene@bol.com.br](mailto:jomene@bol.com.br))

UnB

**Maria Dalvirene Braga** ([dalvirenebraga@gmail.com](mailto:dalvirenebraga@gmail.com))

UnB

**Rui Seimetz** ([r.seimetz@mat.unb.br](mailto:r.seimetz@mat.unb.br))

UnB

**Abstract.** Neste trabalho, apresentamos os resultados de uma pesquisa cujo objetivo geral foi analisar as potencialidades e fragilidades de uma plataforma para ensino a distância no tocante aos aspectos docente, discente e técnico-administrativo. Nossa motivação originou-se da nossa experiência enquanto professores atuantes em cursos a distância, seja como professor conteudista, seja como coordenador de cursos, ministrantes de aulas em forma de videoconferência, ou tutores/professores em atendimento presencial nos polos, tanto em instituições públicas quanto privadas. Após discutirmos as ideias mais recentes dos principais teóricos, o contexto da EAD e sua importância, e os avanços da EAD, analisaremos a plataforma escolhida de uma universidade brasileira pública, no tocante aos aspectos citados no objetivo geral. Focaremos nas estruturas mais gerais do ensino a distância, os documentos que devem ser produzidos para o andamento de cada disciplina, as tecnologias disponíveis para registrar eventos, enviar e receber materiais, interagir com os diversos profissionais que integram o contexto educacional a distância, o trabalho junto aos discentes e a importância da sincronização entre todos os elementos. Concluiremos com alguns encaminhamentos e questões para futuros trabalhos.

**Palavras-chave:** Ensino Superior. Novas Tecnologias. Ensino a Distância. Docência. Plataformas.

## Neurociência cognitiva e Matemática

**Karly Barbosa Alvarenga** ([karlyalvarenga@gmail.com](mailto:karlyalvarenga@gmail.com))

UFG

**Abstract.** Um novo nome pode ser criado em relação às Neurociências e Educação Matemática: Neuromatemática(s). Esse termo diz respeito às recentes contribuições das Neurociências para melhor compreender os processos biológicos cerebrais de aprendizagem matemática. As Neurociências cognitivas tratam de entender quais as áreas cerebrais são ativadas, e como, quando alguém está em ação de aprender. Existem várias divisões delas, tais como: a comportamental, a cibernética, a cognitiva, a molecular, a sistêmica, dentre outras. Essa área envolve várias outras ciências e daí

vem o termo no plural: biologia, computação, matemática, física, medicina, psicologia, neurologia, em especial, filosofia, educação, engenharia, química, física, antropologia etc. Aqui restrinjo à área educacional matemática, que trata de entender os processos biológicos da aprendizagem e, nesse sentido, meu objetivo é apresentar alguns resultados de pesquisas que, por meio de softwares como Brain Vision Analyzer, BioSemi Active Two system, eletrodos, Ressonância Magnética Funcional, Tractografia, Tomografia por Emissão de Pósitrons (PET), aliados aos métodos estatísticos, como Análise de variância, análise multivariada da variância e Correção de Bonferroni, e testes elaborados especialmente para tal análise, conseguem mapear alguns comportamentos, viagens e processamentos das informações matemáticas, além de indicar algumas zonas de ativação cerebrais, quando os sujeitos são colocados frente a um determinada situação-problema matemática. Há vários séculos, entender como o homem pensa e como ele aprende inquieta os filósofos, como Sócrates, Platão, Aristóteles. No entanto, em 1905, Poincaré manifestou interesse em como a intuição matemática acontece, como se processa a lógica matemática e a criatividade matemática nos matemáticos. Esse interesse está apresentado em um capítulo da obra *La valeur de la science*. Em 1945, Haddamad publicou um livro intitulado *The Psychology of Invention in the Mathematical Field*, no qual expressa a importância de que se um matemático fosse psicólogo ou vice-versa o tema seria mais bem abordado e compreendido. Nessa época, jamais se imaginava que uma equipe interdisciplinar seria possível, com aparelhos extremamente modernos, se embrenhar nos caminhos difíceis, cheios de percalços para compreender como a mente matemática funciona. O objetivo aqui é apresentar alguns resultados de pesquisas recentes que tratam de entender o funcionamento do cérebro quando se estuda matemática.

## **Matemática realística e análise da produção escrita: um estudo sobre análise combinatória no terceiro ano do ensino médio**

**Luana Lopes dos Santos Alves** ([luanamatematica@hotmail.com](mailto:luanamatematica@hotmail.com))

UnB

**Regina da Silva Pina Neves** ([reginapina@gmail.com](mailto:reginapina@gmail.com))

UnB

**Abstract.** Trata-se de um estudo em desenvolvimento que comporá uma dissertação de mestrado do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - Profmat. O estudo foi realizado com alunos do terceiro ano do Ensino Médio de uma escola da rede pública do Distrito Federal, na cidade do Recanto das Emas, durante o ano letivo de 2018. Dividimos a pesquisa em duas etapas, sendo que, na primeira, apresentamos a 246 estudantes uma avaliação composta por oito itens sobre Análise Combinatória, em que quatro deles eram itens diretos que exigiam apenas o uso de algoritmos e quatro deles eram itens provenientes de edições anteriores do ENEM, que exigiam uma interpretação mais apurada por parte dos estudantes. Na segunda etapa, apoiados na perspectiva da Educação Matemática Realística – RME, que tem como precursor Hans Freudenthal (1905-1990), propusemos dois itens a 91 estudantes, sendo um item do PISA-2012 e outro do ENEM-2018, também sobre o conteúdo de Análise Combinatória. A análise e a categorização da produção matemática dos escolares nas duas etapas aconteceram como defende Buriasco (2004) em seu artigo Análise da Produção Escrita: a busca do conhecimento escondido. Os resultados sinalizam que os estudantes se sentem intimidados com itens contextualizados, o uso dos algoritmos para a resolução de problemas passa a ser menos utilizado, no decorrer do tempo, abrindo espaço para a maior utilização de esquemas e diagramas. Quando trabalhamos sob a perspectiva da RME, encontramos uma importante aliada no processo do ensino-aprendizagem dos conteúdos e, nesse sentido, é necessária uma mudança de postura do professor ao ministrar o conteúdo. Análises pormenorizadas estão em andamento e comporão o texto definitivo da dissertação.

## Referências

- BORBA, R. E. S. R; ROCHA, C. A; AZEVEDO, J. Estudos em Raciocínio Combinatório: investigações e práticas de ensino na Educação Básica. Revista Bolema, Rio Claro/SP, 2015.
- BURIASCO, R. L. C. Análise da produção escrita: a busca do conhecimento escondido. In: XII ENDIPE - ENCONTRO NACIONAL DE DIDÁTICA E PRÁTICA DE ENSINO, 12, 2004, Curitiba. Anais... Curitiba: 113 Champagnat, 2004. v. 3, p. 243-251.
- CONCEIÇÃO, D. C; PEREIRA, D. C.; SANTOS, M. L. S. O ensino-aprendizagem de Análise Combinatória: o desempenho de alunos de Belém do Pará. In: XII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, São Paulo/SP, 2016, Anais... São Paulo: SBEM, 2016. FERREIRA, P. E; BURIASCO, R. L. C. Enunciados de tarefas de Matemática Baseados na Perspectiva da Educação Matemática Realística. Bolema, Rio Claro/SP, 2015.
- OLIVEIRA, M. M; LINS, I. M. Caracterização do Conhecimento Combinatório dos Alunos do 3º ano do Ensino Médio. In: III CONEDU, Natal/RN, 2016. Anais... Natal/RN, 2016.
- SCHASTAI, M. B.; SILVANO, L. S. Educação Matemática Realística: uma abordagem de ensino que pode oportunizar a aprendizagem matemática a todos os alunos. In: V SINECT, 2016.
- TREVISAN, A. L; BURIASCO, R. L. C., Educação Matemática Realística: uma abordagem para o Ensino e a Avaliação em Matemática, REVEMAT, Florianópolis/SC, 2015.

## Um estudo sobre o ensino e a aprendizagem da definição de limites: uma Análise do Livro “Cálculo com Geometria Analítica” de Louis Leithold

Karly Barbosa Alvarenga ([karlyalvarenga@gmail.com](mailto:karlyalvarenga@gmail.com))

UFG

Leniedson Guedes Dos Santos ([leniedson@hotmail.com](mailto:leniedson@hotmail.com))

UFG

**Abstract.** A presente pesquisa tem como objetivo analisar como a definição de limite é apresentada nos livros de Cálculo Diferencial, presentes nas ementas das disciplinas dos cursos de matemática, que são oferecidos pelas instituições públicas da cidade de Barreiras-Ba. Apresentamos aqui a análise do livro "Cálculo com Geometria Analítica" de Louis Leithold, assim como os principais conceitos do referencial metodológico utilizado para esse estudo, conhecido como Hermenêutica da Profundidade, proposto por John B. Thompson. Essa metodologia foi escolhida por enfatizar não apenas os aspectos formais da obra, como também os aspectos sócio-históricos. Constatamos que a obra em questão, tratada como revolucionária na época de sua primeira edição, foi concebida tendo em vista a preocupação com a democratização do ensino de cálculo, pois alia didatismo e profundidade. Porém, a repetição de exemplos e o investimento em exercícios exaustivos prejudicam essa meta. Além disso, verificamos a existência de um número insuficiente de exemplares deste livro disponível nas bibliotecas públicas da referida cidade, o que destoa do papel social das universidades de difundir e democratizar o conhecimento.

**Palavras-chave:** Livro. Cálculo. Ensino. Hermenêutica da Profundidade.

**Referências:**

- FERRAZ, M; LOPES, M C; BACK, R. Filosofia Pop 052 Hermenêutica. Filosofia Pop, 13 nov. 2017. Podcast. 1:19:42 hs. Disponível em: <https://filosofiapop.com.br/podcast/filosofia-pop-052-hermeneutica/>. Acesso em: 20 ago. 2018.
- GARZELLA, C.F. A Disciplina de Cálculo I: a análise das relações entre as práticas pedagógicas e seus impactos nos alunos. Campinas: UNICAMP, 2013.
- LEITHOLD, L. O Cálculo com Geometria Analítica. vol 1. 3<sup>1</sup> Ed. São Paulo: Harbra, 1994.
- SIEGEL, R. NPR. Late Author, Teacher Demystified Calculus for Thousands. 2005. Disponível em: Acesso dia 01 de set. de 2018.
- THE NEW YORK TIMES. Louis Leithold, na Innovator in teaching of calculus, dies at 80. 2005. Disponível em: lt; <https://www.nytimes.com/2005/05/10/us/louis-leithold-an-innovator-in-the-teaching-of-calculus-dies-at-80.html> gt;. Acesso 01 de set. 2018.
- THOMPSON, J. Ideologia e Cultura Moderna: teoria social crítica na era dos meios de comunicação em massa. Tradução do Grupo de Estudos sobre Ideologia, Comunicação e Representações Sociais da Pós-graduação do Instituto de Psicologia da PUCRS. 9.ed. Petrópolis: Vozes, 2011. Título Original: Ideology and modern culture: critical social theory in the era of mass communication.
- WOO, E. His Math Text Was the Standard, His Touch in Class Exceptional. 2005. Disponível em: <http://articles.latimes.com/2005/may/08/local/me-leithold8gt;>. Acesso 01 de set. 2018.

## **Metodologia Aplicada ao Ensino da Matemática nos 7º e 9º anos do Ensino Fundamental II, no Centro Educacional Aproniano Martins de Oliveira (CEAMO)**

Leonor de Araújo Bezerra De Oliveira ()

William Martins César (william.cesar19@gmail.com)

IFRN

**Abstract.** Este artigo visa apresentar uma breve vivência em sala de aula, ocorrida no mês de outubro, 4º bimestre, referente ao ano letivo de 2018, com as turmas do 7º e 9º ano, do Ensino Fundamental II, no Centro Educacional Aproniano Martins de Oliveira (CEAMO). Nesta pesquisa, as observações foram direcionadas no método de ensino adotado pelo colégio e tem a intenção de investigar, por meio dessa vivência, em que medida o método de ensino tradicional adotado pela escola, nas aulas de matemática, favorece a eficácia do processo ensino-aprendizagem. Os assuntos de matemática que foram abordados são: relações métricas do círculo e do triângulo, introdução à trigonometria no 9º ano e do 7º ano, razão e proporção, regra de três simples e composta. Com o intuito de fundamentar o método de ensino adotado pela escola CEAMO, serão citados como apoio teórico, pesquisadores como Luckesi (1994), Saviani (2012) e Masetto (1968). Conclui-se, pois, que a aplicação do método de ensino tradicionalista, nas aulas de matemática, contribuiu de forma relevante na busca do melhor entendimento e compreensão dos princípios matemáticos.

**Palavras chaves:** Vivência. CEAMO. Matemática. Método de ensino. Tradicional.

## Estratégias de intervenção sobre o ensino e aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral na Universidade de Brasília

**Luciana Ávila Rodrigues** ([luavila83@gmail.com](mailto:luavila83@gmail.com))

UnB

**Regina da Silva Pina Neves** ([reginapina@gmail.com](mailto:reginapina@gmail.com))

UnB

**Abstract.** É frequente, em textos acadêmicos no Brasil e no exterior, a discussão sobre os altos índices de evasão e de reprovação e sobre as dificuldades de aprendizagem na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral (CDI). Aliado a isso, encontramos vários estudos sobre novas metodologias que permitem a melhor compreensão para o enfrentamento desse cenário. Dessa forma, apresentamos o presente estudo que tem como objetivo compreender a resolução de problemas de otimização propostos aos estudantes de CDI. Foram propostos dois problemas, em momentos diferentes, nos quais os estudantes tinham a possibilidade de resolvê-los por meio de conceitos/procedimentos do Ensino Médio e CDI. Os participantes do estudo foram estudantes ingressantes do curso de Matemática da Universidade de Brasília, sendo uma turma do diurno e uma do noturno, do primeiro semestre de 2018, e uma turma de ingressantes do curso diurno do segundo semestre de 2018. Foi abordado um problema para as turmas de ingressantes no primeiro semestre e outro problema, diferente do primeiro, para os ingressantes no segundo semestre de 2018. Como resultados, observarmos que os estudantes, em sua maioria, apresentam dificuldades conceituais em tópicos curriculares do Ensino Médio e CDI, além de dificuldades em relacionar os conteúdos estudados no Ensino Médio com os conteúdos estudados em CDI. Isso mostra a importância de estudos que permitam a reconstrução de alternativas metodológicas para a disciplina de CDI, de modo a permitir uma melhor compreensão e relação dos conceitos estudados em matemática por parte dos estudantes ingressantes no curso.

## Uma análise do movimento de constituição da ementa da disciplina de Álgebra Linear na licenciatura em Matemática.

**Luciane Nunes Ribeiro** ([luciane\\_nr@hotmail.com](mailto:luciane_nr@hotmail.com))

UEG

**Wellington Lima Cedro** ([wcedro@ufg.br](mailto:wcedro@ufg.br))

UFG

**Abstract.** Este estudo analisa os movimentos da constituição da Universidade na Europa e no Brasil; a criação do primeiro curso de Matemática no Brasil; a constituição dos conteúdos que compõem a ementa da disciplina de Álgebra Linear e, por fim, as suas ementas atuais nos cursos presenciais de Licenciatura em Matemática das Universidades Federais Brasileiras. O objetivo dessa análise é o de responder à seguinte questão de pesquisa: como se deu a constituição dos conteúdos que compõem a ementa da disciplina de Álgebra Linear nos cursos de Licenciatura em Matemática das Universidades Federais Brasileiras? Para atingir o objetivo, utilizou-se como metodologia o estudo bibliográfico e documental, mormente de obras clássicas, livros de história, anuários, legislação e ementas. O referencial teórico é pautado nos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural, que se constitui científica, mas também política (MOURA, 2017; VYGOTSKI, 1995; CEDRO, 2008; OLIVEIRA, 2002; ZANELLA, 2007), mediante o estudo do movimento lógico-histórico apregoado por Kopnin (1978); Sousa, Panossian, Cedro (2014); Sousa (2004); Fazenda (2000) e de constituição da disciplina de Álgebra Linear

(PIRES, 2006; DORIER, 2000, SILVA, 2003; MOORE, 1995). Fez-se necessário compreender o que motivou a sua inserção no contexto universitário e qual a sua contribuição para a formação do professor de Matemática, com base em Basto (1980; 2006), Boyer (1974), Cavalari (2012), Celestino (2000), Garding (1981), Kopnин (1978), Caraça (1959), Ríbnikov (1987), Tubino (1984), Kleiner (2007), entre outros. Foram analisadas 55 Universidades Federais Brasileiras que oferecem o curso presencial de Licenciatura em Matemática. Estabeleceram-se como categorias de análise os conteúdos das ementas, a carga horária e a referência bibliográfica básica da disciplina obrigatória de Álgebra Linear oferecida nessas instituições. Como principais conclusões, observou-se que a disciplina de Álgebra Linear começou a ser desenvolvida e ensinada nas Universidades para resolver problemas práticos de diversos intelectuais das engenharias e ciências correlatas, e que o repasse de seus conteúdos de forma desvinculada pode contribuir para as dificuldades do processo de ensino e aprendizagem presentes nessa disciplina.

## **Collaborations between teachers and researchers aimed at building an inclusive mathematics education**

**Lulu Healy** ([lulu.healy@kcl.ac.uk](mailto:lulu.healy@kcl.ac.uk))  
King's College, London

**Abstract.** This contribution will present work developed as part of a research programme committed to challenging discriminatory visions of students' potential for mathematics learning, with the goal of constructing a more inclusive school mathematics. It will share activities and results that have emerged during collaborative partnerships between teachers and researchers that have crossed the boundaries erected between the domains of research and practice. Examples from our work with disabled and neurodiverse learners will be presented in order to explore our combined attempts to understand the different learning trajectories by which students appropriate mathematical concepts and the mediational tools that we build to provide them with multisensory and multimodal forms of expressing knowledge and negotiating mathematical meaning. Through engaging participants with alternative ways of working mathematically, designed to respect student diversity, the aim will be to communicate how our findings have relevance beyond the particular contexts in which they initially emerged and to uncover, question and suggest alternatives to existing school structures that marginalise, exclude and disable many mathematics learners.

## **Como ensinar o Teorema de Pitágoras através do GEOGEBRA**

**Marco Antonio Pontes dos Santos** ()

**Rangel Taveira** ([taveiraasp@gmail.com](mailto:taveiraasp@gmail.com))  
IFB

**Abstract.** O ensino por meio de recursos tecnológicos digitais, em sala de aula, é um método que deve ser mais trabalhado, pois os alunos estão, cada vez mais cedo, em contato com algum tipo de recurso tecnológico. O Geogebra é um software de matemática dinâmica para todos os níveis de ensino, que reúne dentre as diversas áreas da matemática também a geometria. Esse software tem por objetivo dinamizar o ensino da geometria e da álgebra de modo a facilitar a investigação e o

aprendizado de diversos conceitos matemáticos. Essa pesquisa teve como objetivo geral apresentar o Teorema de Pitágoras através do Geogebra para o 9º ano.

## Algumas Concepções de Professores que Ensoram Matemática sobre Práticas e Interesses Relativos ao Conhecimento Matemático

**Marlo Mendes de Souza Junior** ([marlojunior.mat@gmail.com](mailto:marlojunior.mat@gmail.com))

UnB

**Rafaela Oliveira Carvalho** ([rafacarvalho146@gmail.com](mailto:rafacarvalho146@gmail.com))

UnB

**Raquel Carneiro Dörr** ([r.c.dorr@mat.unb.br](mailto:r.c.dorr@mat.unb.br))

UnB

**Rebeca de Miranda Silva** ([rebecamirandasilva@gmail.com](mailto:rebecamirandasilva@gmail.com))

UnB

**Abstract.** Esta comunicação científica apresenta os resultados de um trabalho de pesquisa realizado com um grupo de 45 professores que ensoram Matemática. Os sujeitos eram participantes de um Curso de Especialização em Metodologias de Ensino em Matemática, realizado na modalidade a distância e oferecido por uma universidade pública do Distrito Federal, em parceria com a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). Levando em conta o complexo cenário da formação de professores brasileiros, sejam eles licenciados em Matemática ou pedagogos, e as necessidades de entender os eventuais impactos causados pelo conhecimento matemático do professor em sua prática docente, delineou-se o referido estudo que teve como objetivos: i) identificar as percepções de professores que ensoram Matemática em diferentes níveis educacionais, licenciados em Pedagogia e Matemática, sobre suas práticas de ensino; ii) conhecer suas aspirações por aprimoramento em conteúdos matemáticos específicos. Entre as conclusões que serão apresentadas, destaca-se que, entre o grupo analisado, a maioria considera a Matemática como uma componente curricular difícil de ser ensinada. Além do mais, pode ser verificada a Geometria como sendo o assunto curricular mais requerido para aprofundamento em termos de estudos e construção de metodologias para a sala de aula.

## Círculo de Vivências em Educação Matemática do Distrito Federal, Brasil: formação para a docência e intervenção social<sup>2</sup>

**Mauro Luiz Rabelo** ([m.l.rabelo@mat.unb.br](mailto:m.l.rabelo@mat.unb.br))

UnB

**Raquel Carneiro Door** ([r.c.dorr@mat.unb.br](mailto:r.c.dorr@mat.unb.br))

UnB

**Regina da Silva Pina Neves** ([reginapina@gmail.com](mailto:reginapina@gmail.com))

---

<sup>2</sup>Ação contínua da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, regional Distrito Federal (<http://www.sbmfdf.com>). Projeto de Extensão (DEX/UnB) e de Pesquisa (FAPDF) do Departamento de Matemática, Universidade de Brasília. Equipe: Thiago Santos Saad de Carvalho, Breno Lobo de Almeida, Erick Lourenço Mantiri, Paulo Victor Mourão Silva, Jenifer de Sousa Sales, Maria Luísa Piantamar de Oliveira, Vitor Estevam dos Santos, Janaína Mendes Pereira da Silva e Wesley Pereira da Silva.

UnB

**Abstract.** Este texto apresenta um relato da constituição do Circuito de Vivências em Educação Matemática do Distrito Federal, que é uma atividade desenvolvida a partir do trabalho colaborativo e voluntário de educadores matemáticos que intervêm socialmente com estudantes e professores de Escolas Públicas, por meio da oferta de vivências em matemática. Além disso, este trabalho também apresenta um projeto de pesquisa em desenvolvimento, que tem como objetivos: 1/ Coletar, organizar e formatar as vivências já produzidas e as em produção nos Circuitos de Vivências em Matemática do Distrito Federal; 2/ Produzir website para a socialização dessa produção, integrando diferentes recursos tecnológicos disponíveis; 3/ Instituir a pesquisa colaborativa em todas as instâncias de produção, organização, avaliação e socialização das vivências. Por fim, serão descritos os resultados alcançados pelo projeto em seu primeiro ano de execução.

**Palavras chave:** Circuito de Vivências. Formação continuada. Intervenção social.

## O Grupo de Estudos de Cálculo como estratégia de suporte matemático para estudantes iniciantes do ensino superior

**Paulo Sulczinski ()**

**Paulo Victor Ximenes de Oliveira (pvxo10@gmail.com)**

UnB

**Raquel Carneiro Dörr (r.c.dorr@mat.unb.br)**

UnB

**Abstract.** Nesta comunicação científica, será feito o relato de um estudo realizado com estudantes de um curso inicial de Cálculo Diferencial e Integral, em uma universidade pública do centro-oeste brasileiro. O estudo está inserido em um projeto mais amplo que tem como objetivo geral conhecer e descrever as alternativas educacionais dadas a estudantes iniciantes da instituição em que está acontecendo a pesquisa, a fim de que possam superar suas dificuldades, sanar lacunas de conhecimento em conteúdos matemáticos básicos e, com isso, alcancem sucesso em suas aprendizagens. A proposta do trabalho é reforçar entre professores e educadores matemáticos do ensino superior a necessidade do desenvolvimento de estratégias de acolhimento a estudantes iniciantes que têm os cursos de Matemática como componentes básicos de seus currículos.

## Mapas Conceituais: uma estratégia pedagógica para aprendizagem significativa na disciplina de EDO

**Tatiane Evangelista (tatilista@unb.br)**

UnB

**Abstract.** Apresentam-se, neste trabalho, os resultados de um relato de uma experiência executado no segundo semestre de 2018 acerca do conhecimento de Equações Diferenciais Ordinárias (EDO), realizada com estudantes dos cursos de Engenharias da Faculdade do Gama (FGA) da Universidade de Brasília (UnB), com o objetivo de identificar indícios de ocorrência de aprendizagem significativa, a partir dos mapas conceituais construídos pelos alunos. Para análise dos resultados, o pensamento

sobre aprendizagem significativa, estudado por Ausubel e seus colaboradores, foi o apporte teórico utilizado. A pesquisa teve caráter qualitativo, e a observação e a análise dos mapas conceituais construídos e das conexões ali estabelecidas demonstraram a organização dos conceitos, algumas diferenciações progressivas e o estabelecimento de ligações cruzadas.

## **Matemática Financeira na Educação de Jovens e Adultos da Penitenciária Feminina do Distrito Federal**

**Wagdo da Silva Martins ()**

**Wesley Pereira da Silva (wesleynh3@gmail.com)**

SEEDF

**Abstract.** O presente trabalho visa mostrar a importância da Educação Financeira, no âmbito da Educação prisional na Penitenciária Feminina do Distrito Federal PFDF, e tem como objetivo promover entre os estudantes o desenvolvimento financeiro individual e social responsável, na perspectiva de promover a autonomia das alunas no processo de ressocialização promovido pela escola. A Educação Financeira é um processo educativo que visa desenvolver atividades que irão auxiliar as estudantes no retorno à sociedade de como lidar na tomada de decisões ao serem confrontadas com situações que envolvam o orçamento pessoal, pois essas informações são significativas para que um cidadão exerça atividades como o trabalho, o consumo e o lazer, evitando tornarem-se vulneráveis às armadilhas impostas pelo sistema capitalista. Nesse sentido, este estudo possibilita também, por meio de uma pesquisa com as próprias estudantes, um melhor entendimento do nível de educação financeira das alunas, do mesmo modo que verifica como elas lidam com situações corriqueiras relacionadas à educação financeira antes e depois de estarem na condição de apenadas. A Educação de Jovens e Adultos (EJA) é caracterizada pela constituição de um público heterogêneo, envolvendo uma pluralidade de sujeitos que não tiveram acesso à escola na idade própria, ou seja, que passaram por algum processo de exclusão social; neste caso, faz-se necessária a adoção de estratégias de ensino diferentes das utilizadas em outras modalidades da educação básica.

## **O Desenvolvimento da Aprendizagem da Álgebra na Escola: o papel mediador do material concreto**

**Yuriko Yamamoto Baldin (yuriko@dm.ufscar.br)**

UFSCar

**Abstract.** O objetivo do minicurso é oferecer, com fundamentos teóricos da matemática, alternativas para o ensino da álgebra nos anos de transição da aritmética para a linguagem algébrica, utilizando materiais concretos. O minicurso trabalha atividades passo a passo de estratégias de ensino para professores que atuam no Ensino Fundamental 2º ciclo para preencher lacunas de aprendizagem dos alunos. O minicurso será realizado em duas sessões, sobre dois temas selecionados dentro do currículo escolar: números inteiros relativos e suas operações; conceito e operações com frações rumo à estrutura algébrica de números racionais.

# Mechanics

## Viscosity and Normal Stress Differences in Ferrofluids

**Adriano Possebon Rosa** ([possebon.adriano@gmail.com](mailto:possebon.adriano@gmail.com))  
UnB

**Abstract.** A ferrofluid is a colloidal suspension of magnetic particles in a Newtonian carrier liquid. It is used currently in many applications in industry and medicine. In this talk, I present a discussion on the effects of polydispersity and magnetic dipolar interactions on viscosity and normal stress differences of ferrofluids. This study is done by direct simulation of the particles using a Brownian Dynamics method. The ferrofluid is investigated under different conditions of magnetic field and shear rates.

## Modeling and Identification of a Stochastic Model of Vocal Folds for Producing Voice Signals with Pathological Characteristics

**Edson Luiz Cataldo Ferreira** ([ecataldo@id.uff.br](mailto:ecataldo@id.uff.br))  
Universidade Federal Fluminense

**Abstract.** This work aims to propose a stochastic model, considering three control parameters, to generate jitter based on a deterministic one-mass model for the dynamics of the vocal folds and to identify parameters from the stochastic model taking into account real voice signals experimentally obtained. To solve the corresponding stochastic inverse problem, the cost function used is based on the distance between probability density functions of the random variables associated with the fundamental frequencies obtained by the experimental voices and the simulated ones, and also on the distance between features extracted from the voice signals, simulated and experimental, to calculate jitter. The results obtained show that the model proposed is valid and some samples of voices are synthesized considering the identified parameters for normal and pathological cases.

## Modeling the dynamics and microphysics of atmospheric clouds

**Gustavo Abade** ([gustavo.abade@fuw.edu.pl](mailto:gustavo.abade@fuw.edu.pl))  
University of Warsaw

**Abstract.** Atmospheric clouds, i.e. large ensembles of tiny water droplets suspended in the air, rank among the most complex and intriguing natural phenomena. They pose a formidable challenge for numerical modeling. Difficulties arise due to the wide range of spatial (and temporal) scales involved, from hundreds of meters (the energy-containing scales of cloud turbulent motion) down to sub-centimeter scales (the cloud microscale). Another source of difficulties is the dispersed multiphase character of the cloud environment. It requires the simulation of various microphysical processes such as the nucleation of cloud droplets, their growth by condensation, and the formation

of raindrops through collision and subsequent coalescence. This talk gives an overview of a comprehensive approach, the Stochastic Lagrangian Cloud Model (SLCM), which tracks an ensemble of Lagrangian cloud particles (often called superdroplets) in the turbulent cloud flow field computed by large-eddy simulations (LES). This approach has gained popularity in cloud models over the past few years. In particular, the SLCM is ideally suited to account for the intricate interaction between turbulence and the cloud microphysical processes.

## Blow-up phenomena in reaction diffusion

**John Robert King** ([john.king@nottingham.ac.uk](mailto:john.king@nottingham.ac.uk))  
University of Nottingham

**Abstract.** The effects that arise from the competition between nonlinear source terms and (dissipative) diffusion processes are of broad applicability and are illustrative of phenomena relevant to a wide range of nonlinear evolution equations. A detailed analysis of a class of quasilinear scalar reaction-diffusion equations will be presented that allows the characterisation of a number of sometimes subtle outcomes, some of the broader implications of which will be noted. The work relies on a combination of asymptotic and symmetry based approaches and attention will be given to how these complement techniques of rigorous analysis that have been extensively brought to bear on the area. Applications to gene-regulatory processes in biology will be mentioned.

## Moving-boundary problems in tissue growth

**John Robert King** ([john.king@nottingham.ac.uk](mailto:john.king@nottingham.ac.uk))  
University of Nottingham

**Abstract.** The growth of biological tissue is significant for both health (e.g. tissue engineering) and disease (e.g. cancer). Some mathematical models relevant to the macroscale (i.e. at the tissue level) will be outlined, together with some of their properties.

## Global stability and Non-Linear analysis of Modes in the Flow over an Open Cavity

**Marcello Augusto Faraco de Medeiros** ([marcello@sc.usp.br](mailto:marcello@sc.usp.br))  
Universidade de São Paulo

**Abstract.** The biglobal instability modes of a compressible flow over rectangular open cavity were computed by a Jacobian-free numerical method, focusing on Rossiter-like modes. Various combinations of Mach number (0.05 to 0.9) and incoming boundary layer momentum thickness (1/200 to 1/5 of cavity depth) were tested. The cavity aspect ratio was set to  $L/D = 2$  and the Reynolds number was close to 1000 relative to the cavity depth. Data from these instability modes was used to investigate the effect of both the Mach number and the incoming boundary layer thickness by looking separately at three different types of physical phenomena: spatial amplification of disturbances in the mixing layer at the cavity opening; efficiency of the energy transfer from the flow disturbances into the acoustic field in the Rossiter feedback mechanism; and resonance of the mode with standing

waves in the cavity. It was concluded that the mixing layer instability plays an important role in selecting the most unstable modes, and that the increased acoustic emissivity with higher Mach numbers may increase the overall instability. Data from the linear modes was compared to Direct Numerical Simulation (DNS), which includes the non-linear effects. When marginally unstable, the modes followed the global analysis very well; while more unstable modes moved away from the linear predictions and approach Rossiter empirical predictions. Different nonlinear regimes could be established which were governed by the level of instability.

## Does hot water freeze faster than cold water?

**Michael Vynnycky** ([michaelv@kth.se](mailto:michaelv@kth.se))  
KTH Royal Institute of Technology

**Abstract.** In these lectures, we combine the philosophy of science with mathematical modelling, asymptotic methods and numerical simulation to consider an observation that has been around since the time of Aristotle: does hot water freeze faster than cold water?

## What is a vortex?

**Roney Leon Thompson** ([rthompson@mecanica.coppe.ufrj.br](mailto:rthompson@mecanica.coppe.ufrj.br))  
Universidade Federal do Rio de Janeiro

**Abstract.** Vortex is an entity that is not consensually defined from the mathematical point-of-view in the literature. Even though, the word vortex is employed to understand and explain the flow character. Vortex identification is one of the tools that try to correlate flow-type with other physics that interact with the flow. This happens, for example in heat transfer convection, or chemical reactions during the flow, or when micro-elements such as solid particles, emulsions, polymer molecules, etc are added to the fluid. In general, there are quantities of interest (QoI) that need to be optimized in such situations, such as the rate of heat transfer, break and coalescence of emulsion drops, drag reduction by additives, etc. Vortex identification can be used to correlate flow and QoI. Here, we examine the conflicting notions that appear in the literature of what is a vortex. Guided by a pragmatism of changing the focus of the question to be answered from "What is a vortex?" to "What is wanted from a vortex definition?", we choose a side in each conflict and propose a new mathematical criterion to identify a vortex.

## Singularly perturbed non-local diffusion systems applied to disease models

**Sergio Muniz Oliva Filho** ([smo@ime.usp.br](mailto:smo@ime.usp.br))  
IME-USP

**Abstract.** We study a model, suitable for modeling vector-borne diseases, where we assume that the human hosts' epidemiology acts on a much slower time scales than the one of the mosquitoes transmitting as a vector from human to human, due to their vastly different life cycles. This particular

model also includes the spatial movement of both vectors and humans getting a couple system of non-local and local spatial dynamics. (Joined work with M. Pereira)

# Probability

## The first exit time problem in the small noise limit for exponentially light jump diffusions.

**André de Oliveira Gomes** ([andredeoliveiragomes2@gmail.com](mailto:andredeoliveiragomes2@gmail.com))  
IMECC-UNICAMP

**Abstract.** It is a well known fact that, under certain conditions, the solution trajectories of a dynamical system given by a differential equation written in a gradient form never leave the domain of attraction of its stable states. The perturbation of such systems, in low intensity, by a Brownian Motion, is a very well developed field of study and it is known as *Freidlin-Wentzell theory*. Informally, with Gaussian perturbations with small intensity, it is possible that the trajectories of the stochastic perturbed equations leave the domain of attraction of the stable state and such exit happens to occur with small probabilities but exponentially large in the intensity parameter that tunes the noise.

Outside the realm of Gaussian perturbations, in the vanishing noise regime, other studies were conducted and it was observed different regimes of deviations, polynomially large in the noise parameter.

We present a certain class of perturbations by Lévy noises in such a way that it is possible to characterize the exit rates of the domains of attraction using large deviations principles. Our stochastic processes are jump processes that have an exponentially light integrability property in the tails and we characterize the problem of the first exit time in terms of the parameter of lightness of such tails observing a phase transition. When the jump processes are super-exponentially light the first exit time is studied in a large deviations regime and when the jump measure is sub-exponentially light such study is conducted by means of moderate deviations principles.

## Convolução de medidas de Gibbs

**Artur Oscar Lopes** ([arturoscar.lopes@gmail.com](mailto:arturoscar.lopes@gmail.com))  
UFRGS

**Abstract.** Nós explicitamos a expressão da entropia da convolução de duas medidas de Gibbs no círculo a partir dos respectivos Jacobianos. Tambem consideramos a mesma questão para a convolução de uma medida de Gibbs e de uma medida invariante numa órbita periódica.

## Um Princípio Variacional para a Entropia Específica em Dinâmica Simbólica com Alfabetos Não-enumeráveis

**Dióscoros Brito Aguiar Junior** ([dioscorosjunior@gmail.com](mailto:dioscorosjunior@gmail.com))  
UFG

**Abstract.** Neste trabalho, estabelecemos uma relação entre dois objetos do Formalismo Termodinâmico e da Mecânica Estatística.

A primeira se refere à relação entre a *entropia específica* (Mecanica Estatística) e a *entropia variacional* (Teoria Ergódica) para medidas de probabilidade definidas na sigma-álgebra de Borel do espaço produto  $\Omega = K^{\mathbb{N}}$ , onde o alfabeto  $K$  é um espaço métrico compacto arbitrário.

A segunda é a prova da unicidade dos *estados de equilíbrio* associados a potenciais nos espaços das funções Hölder e Walters contínuas, onde a validade deste resultado de unicidade é estendida para casos onde o alfabeto  $K$  é não-enumerável.

## An approach for integrating a class of multiplicative-noise stochastic differential Equations under non-standard assumptions

**Hugo A. de La Cruz Cancino** ([hugocruzc@gmail.com](mailto:hugocruzc@gmail.com))  
Escola de Matemática Aplicada (FGV/EMAp)

**Abstract.** Many important Stochastic Differential Equations (SDEs) used for modelling noisy dynamical systems are driven by linear multiplicative-noise diffusion coefficients. For investigating the behavior of this kind of equations discrete-time approximations must be considered. Unfortunately, many of the effective integrators commonly used in the literature assume global Lipschitz and/or uniform bounds of coefficient functions, which is very restrictive since these assumptions are not satisfied by a variety of SDEs in significant applications. The aim of this work is to propose an approach, based on the conjugacy between the underlying SDE and an appropriate Random Differential Equation, which allows constructing new integrators that remarkably avoid the afore mentioned restrictive assumptions. The properties of the resulting methods are analyzed and the performance of the proposed approach is tested in a number of examples.

## On the "heterogeneous diffusion process"

**Ilya Pavlyukevich** ([ilya.pavlyukevich@uni-jena.de](mailto:ilya.pavlyukevich@uni-jena.de))  
Friedrich Schiller University Jena

**Abstract.** We determine all solutions of the irregular Stratonovich SDE  $dX = |X|^\alpha \circ dB$ ,  $\alpha \in (-1, 1)$ , which are strong Markov processes spending zero time in 0. This process was introduced Cherstvy et al. in "New Journal of Physics" 15, 2013, under the name of heterogeneous diffusion process and can be seen as a Stratonovich variant of the famous Girsanov (Itô) SDE  $dX = |X|^\alpha dB$ .

This is a joint work with G. Shevchenko (Kiev University), <http://arxiv.org/abs/1812.05324>

## Liouville-Ising Model

**Leandro Cioletti** ([leandro.mat@gmail.com](mailto:leandro.mat@gmail.com))  
UnB

**Abstract.** In this lecture we introduce the Liouville Ising model and show how this model is potentially could be used to understand asymptotic behavior of the partial sums of the Liouville sequence by using probabilistic methods. This is an ongoing project in collaboration with D. Takahashi and S. Gallo.

# The long-range sandpiles in the torus: mean behaviour and scaling limits

**Leandro Chiarini Medeiros** ([leandro.chiarini@gmail.com](mailto:leandro.chiarini@gmail.com))  
IMPA/TU Delft

**Abstract.** In 1987 Bak, Tang, and Wiesenfeld introduced the first sandpile model as an example of a model that displays a phenomenon called self-organized criticality. Models displaying this property exhibits critical behaviour similar to statistical mechanics models without the requirement of fine-tuning of parameters. The original (abelian) sandpile is a “nearest-neighbours diffusion process” with a discrete amount of particles, however, in 2009, Levine and Peres introduced the divisible sandpile as a continuous mass counterpart. Between the properties studied in such models, one is interested in scaling limits/central-limit type theorems of specific functionals depending on the equilibrium state of such sandpiles. In 2017, Cipriani, Hazra, and Ruszel proved that such functionals converge to a (Gaussian) random distribution called Bilaplacian Field. In this talk, we will discuss the scaling limits of such objects when we take the diffusion to be driven by a long-range random walk. Such non-local dynamics will lead to Gaussian random fields related to fractional-Laplacian operators.

## Local times of stationary processes

**Manfred Denker** ([mhd13@psu.edu](mailto:mhd13@psu.edu))  
Penn State University

**Abstract.** The talk centers around the connection between conditional local limit theorems and the local time of integer-valued stationary processes. It will be shown that a conditional local limit theorem (at 0) implies the convergence of local times to Mittag-Leffler distributions, both in the weak topology of distributions and a.s. in the space of distributions.

## Random walks on graphs with stationary increments

**Manuel Stadlbauer** ([manuel@im.ufrj.br](mailto:manuel@im.ufrj.br))  
UFRJ

**Abstract.** A random walk on a discrete graph with stationary increments might be modelled as follows. Let  $(x_n)$  be a stationary process with values in a Polish space  $X$  and  $\gamma$  an application from  $X$  to the endomorphisms of the graph. The iteration  $\gamma(x_n) \cdots \gamma(x_1)(v)$  defines a stationary process on the vertices of the graph  $G$ .

The aim of the talk is to present a relation between amenability of graphs, the exponential decay of return probabilities and the spectral radius of an associated Markov operator. If  $(x_n)$  is generated by a Gibbs-Markov map (in this situation, the process is exponentially  $\psi$ -mixing), it turns out that amenability is equivalent to a spectral radius equal to 1. Furthermore, if the decay has exponent 0, then the graph has to be amenable. This result generalizes the criteria obtained by Kesten, Day and Derriennic & Guivarc'h for random walks on groups as well as the work of Gerl on strong isoperimetric inequalities in the independent setting. Furthermore, the result has canonical applications to random walks on Schreier graphs, to the geodesic flow on geometrically infinite surfaces as well as to random walks whose base has weaker mixing properties.

## The first exit problem of reaction-diffusion equations for small multiplicative Lévy noise

Michael Anton Hoegele (ma.hoegele@uniandes.edu.co)

Universidad de Los Andes

**Abstract.** In this talk we study the dynamics of a nonlinear dissipative reaction-diffusion equation with well-separated stable states which is perturbed by infinite-dimensional multiplicative Lévy noise with a regularly varying component at intensity  $\alpha > 0$ . The main results establish the precise asymptotics of the first exit times and locus of the solution  $X^\epsilon$  from the domain of attraction of a deterministic stable state, in the limit as  $\epsilon \rightarrow 0$ . In contrast to the exponential growth for respective Gaussian perturbations the exit times grow essentially as a power function of the noise intensity as  $\epsilon \rightarrow 0$  with the exponent given as the tail index  $-\alpha$ ,  $\alpha > 0$ , of the Lévy measure, analogously to the case of additive noise in Debussche et al (2013). In this work we substantially improve their quadratic estimate of the small jump dynamics and derive a new exponential estimate of the stochastic convolution for stochastic Lévy integrals with bounded jumps based on the recent pathwise Burkholder-Davis-Gundy inequality by Siorpaes (2018). This allows to cover perturbations with general tail index  $\alpha > 0$ , multiplicative noise and perturbations of the linear heat equation. In addition, our convergence results are probabilistically strongest possible. Finally, we infer the metastable convergence of the process on the common time scale  $t/\varrho\alpha$  to a Markov chain switching between the stable states of the deterministic dynamical system.

## Lyapunov spectrum for a singular delay SDE

Paulo Ruffino (ruffino@ime.unicamp.br)

UNICAMP

**Abstract.** Based on the work of Michael Scheutzow, who proved the existence and uniqueness of the top Lyapunov exponent of a singular delay SDE, we use ergodic technique in the exterior power space to obtain the existence of the Lyapunov spectrum.

## Quenched equilibrium states for non-uniformly expanding random maps

Paulo Varandas (pcvarand@gmail.com)

UFBA

**Abstract.** We discuss thermodynamic formalism for a wide class of non-uniformly expanding transformations. In brief terms, we consider a random dynamical system driven by an invertible ergodic transformation and so that the generating dynamics may have (even simultaneously) (i) absence of Markov partitions, (ii) absence of uniformly expanding behavior, and (iii) absence of localization of the regions with non-hyperbolic behavior. For instance our assumptions include the case of random intermittent maps where the randomness is driven by an irrational rotation. We discuss some recent advances in the description of equilibrium states at large temperature. This is a joint work with Manuel Stadlbauer (UFRJ) and Shintaro Suzuki (Keyo Univ).

## First order rough differential equations

**Pedro Jose Catuogno** ([pedrojc@ime.unicamp.br](mailto:pedrojc@ime.unicamp.br))  
Unicamp

**Abstract.** We study the Cauchy problem of the first order rough differential equations. Our approach to the problem is via the method of characteristics. Actually we show that an Itô-Ventzel formula for Holder paths enable us to solve the Cauchy problem of the first order rough partial differential equation in a similar way as that of the classical first order differential equation.

## Quadratic Fractionally Integrated Moving Average Processes with Long-Range Dependence

**Sílvia Regina Costa Lopes** ([silviarc.lopes@gmail.com](mailto:silviarc.lopes@gmail.com))  
UFRGS

**Abstract.** In this talk we present the fractionally integrated moving average (FIMA) type process. Based on the work of Marquardt (2006), we propose a new process with long-range dependence property. We construct a moving average process, whose kernel coincides with the one of a Quadratic Ornstein Uhlenbeck type process (see Stein, 2016), where now it is driven by a finite second moment Lévy process.

## Fluctuations of ergodic sums on periodic orbits under specification

**Xuan Zhang** ([xuan@ime.usp.br](mailto:xuan@ime.usp.br))  
IME/USP

**Abstract.** We study the fluctuations of ergodic sums by the means of global and local specifications on periodic points. We obtain Lindeberg-type central limit theorems in both ways. As an application, when the system possesses a unique measure of maximal entropy, we show weak convergence of ergodic sums to a mixture of normal distributions. Joint work with Manfred Denker and Samuel Senti.

# Number Theory

## The sum of powers of two consecutive $k$ -generalized Fibonacci numbers

Alessandra Kreutz ([ale.kreutz@gmail.com](mailto:ale.kreutz@gmail.com))

Universidade de Brasília

**Abstract.** We generalize results given by Florian, Ruiz, Marques, Freitas and Chaves by proving that the Diophantine equation  $(F_n^{(k)})^s + (F_{n+1}^{(k)})^s = F_m^{(k-1)}$  has no solution in positive integers  $n, m, k$  with  $k \geq 2$  and  $s$ .

## Gröbner Bases

Arthur Ferreira Campos ([arthurfc10@hotmail.com](mailto:arthurfc10@hotmail.com))

Universidade Federal de Uberlândia

**Abstract.** The Gröbner Bases are an important tool in Computational Algebra, Commutative Algebra and Algebraic Geometry. Bruno Buchberger (1942-) found them as a result of his doctorate and named them in honor of his advisor Wolfgang Gröbner (1899-1980). In this work we will present some properties of such bases as for example to solve the problem of the pertinence of a polynomial to an ideal, the determination of a basis for the vector space given by the quotient of a ring of polynomials by an ideal. In addition we will show an application of these bases in the resolution of Sudoku, game that appeared in the late 70's in the United States and became popular worldwide.

## Segundos pesos de Hamming de códigos projetivos de Reed-Muler

Cícero Fernandes de Carvalho ([cicerocarvalhoufu@gmail.com](mailto:cicerocarvalhoufu@gmail.com))

Universidade Federal de Uberlândia

**Abstract.** Os códigos projetivos de Reed-Muller foram introduzidos por Lachaud, em 1986 e tiveram sua distância mínima, ou seja, o valor do menor peso de Hamming, determinado por Lachaud, Serre e Sorensen, dependendo de um parâmetro  $d$ . Já o estudo do segundo menor peso de Hamming não teve muito progresso nas últimas décadas, aparecendo apenas resultados parciais e para casos muito específicos do parâmetro  $d$ , obtidos principalmente por Rodier, Sboui, Roland e Ballet. Nessa palestra vou apresentar resultados obtidos recentemente, em trabalhos em conjunto com V.G.L. Neumann, onde determinamos os segundos pesos mínimos dos códigos projetivos de Reed-Muller para quase todos os valores do parâmetro  $d$ .

## $\Gamma^*(54)$ : um novo contraexemplo para a conjectura de Norton

**Daiane Soares Veras** ([daianemat2@gmail.com](mailto:daianemat2@gmail.com))  
UnB

**Abstract.** Para cada inteiro positivo  $k$ , definimos  $\Gamma^*(k)$  como o menor inteiro  $s$  tal que a congruência  $a_1x_1^k + \cdots + a_sx_s^k \equiv 0 \pmod{p^n}$  tem uma solução primitiva para toda potência  $p^n$ , com  $p$  um número primo.

Em 1966 Norton conjecturou que  $\Gamma^*(k) \equiv 1 \pmod{k}$ . Em 1974 Bovey provou que  $\Gamma^*(8) = 39$ , mostrando que a conjectura de Norton não é verdadeira, entretanto esse era o único contraexemplo exibido até hoje. Atualmente o valor de  $\Gamma^*(k)$  é conhecido para todo  $k \leq 32$ , e todos esses valores satisfazem a conjectura de Norton.

Nesta palestra vamos mostrar um resultado obtido recentemente por D. S. Veras, onde foi provado que  $\Gamma^*(54) = 1049 \not\equiv 1 \pmod{54}$ , exibindo um novo contraexemplo para a conjectura de Norton.

## References

- [1] Bovey, J. D.  $\Gamma^*(8)$ , *Acta Arith.* 25, 145-150, **1974**
- [2] Norton, K.K. *On homogeneous diagonal congruences of odd degree*, PhD thesis, University of Illinois, **1966**.
- [3] Veras, D. S. *Formas aditivas sobre corpos p-adicos*, PhD thesis, University of Brasília, **2017**.

## Sobre Funções Inteiras Transcendentas que Levam Racionais em Racionais

**Elaine Cristine de Souza Silva** ([elainesilva.mat@gmail.com](mailto:elainesilva.mat@gmail.com))  
UnB

**Abstract.** Em 1844, Liouville exibiu os primeiros exemplos de números transcendentes, hoje conhecidos como números de Liouville. Em 1906, Maillet provou que a imagem de um número de Liouville por uma função racional (com coeficientes racionais) não constante é um número de Liouville. Em 1984, Mahler perguntou sobre a existência de funções inteiras transcendentas com essa propriedade. Em 2014, Marques e Moreira, apresentaram um resultado que implica uma resposta afirmativa à essa questão, desde que existam funções inteiras transcendentas, tais que  $f(\mathbb{Q}) \subseteq \mathbb{Q}$  e  $\text{den}(f(p/q)) \leq F(q)$ , para algum polinômio  $F(z) \in \mathbb{Z}[z]$  fixado e para todo  $q$  suficientemente grande. A existência desse tipo de função ainda é um problema em aberto. Nesta palestra, mostraremos que não existem funções desse tipo com coeficientes racionais (em sua série de potências) e  $\text{den}(f(p/q))$  polinomial em  $q$ , para todo  $q$  suficientemente grande. Esse resultado foi provado em parceria com Marques.

## Möbius-Frobenius maps on irreducible polynomials

**Fabio Enrique Brochero Martinez** ([fbrocher@mat.ufmg.br](mailto:fbrocher@mat.ufmg.br))  
UFMG - Universidade Federal de Minas Gerais

**Abstract.** Let  $n$  be a positive integer and let  $F_{qn}$  be the finite field with  $qn$  elements, where  $q$  is a power of a prime. This paper introduces a natural action of the Projective Semilinear Group  $PL(2, qn) = PGL(2, qn) \rtimes Gal(F_{qn}/F_q)$  on the set of monic irreducible polynomials over the finite field  $F_{qn}$ . Our main results provide information on the characterization and number of fixed points

## On coverings of curves and non-Weierstrass semigroups

**Fernando Torres** ([ftorres@ime.unicamp.br](mailto:ftorres@ime.unicamp.br))  
IMECC/UNICAMP

**Abstract.** Let  $X$  be a (projective, irreducible, non-singular algebraic curve) defined over an algebraically closed field. To any point  $P$  of  $X$  there is associated the set  $H(P)$  of pole orders of regular functions outside  $P$  which in fact it is a numerical semigroup of the non-negative integers  $N$ , namely it a submonoid of  $(N, +)$  such that its complement in  $N$  is finite. Conversely given a numerical semigroup  $H$  of  $N$ , is there a pointed curve  $(X, P)$  such that  $H = H(P)$ ? This was an outstanding question posed by Hurwitz around 1893 which remained open for a long time. Indeed, Buchweitz (arounde 1980) solved this question in a negative way. In this talk we examinate Hurwitz's question by means of certain covering of curves. Among other references we ackowlegment key results by Komeda.and coworkers.

## A new approach to integer partitions

**José Plinio de Oliveira Santos** ([josepli@ime.unicamp.br](mailto:josepli@ime.unicamp.br))  
IMECC-UNICAMP

**Abstract.** In this work we define a new set of integer partition, based on a lattice path in  $Z^2$  connecting the line  $x+y = n$  to the origin, which is determined by the two-line matrix representation given for different sets of partitions of  $n$ . The new partitions have only distinct odd parts with some particular restrictions. This process of getting new partitions, which has been called the Path Procedure, is applied to unrestricted partitions, partitions counted by the 1st and 2nd Rogers-Ramanujan Identities, and those generated by the Mock Theta Function  $T^*(q)$ .

## Valores inteiros de funções geradoras relacionadas às sequências de Fibonacci

**Paulo Henrique de Azevedo Rodrigues** ([paulo.mat.ufg@gmail.com](mailto:paulo.mat.ufg@gmail.com))  
Universidade Federal de Goiás

**Abstract.** Este trabalho trata de determinar os números racionais para os quais as funções geradoras de sequencias do "tipo Fibonacci" - recorrencias lineares de segunda ordem - assumem valores inteiros. Em alguns casos é possivel determinar todos esses números.

## A special case of the Lebesgue-Nagell equation $x^2 + C = y^n$

**Victor Gonzalo Lopez Neumann** ([victor.neumann@ufu.br](mailto:victor.neumann@ufu.br))  
Universidade Federal de Uberlândia

**Abstract.** This equation is a special case of the Lebesgue-Nagell equation  $x^2 + C = y^n$ , and its study, for specific values of  $C$  and  $n$ , dates back to the works of Fermat and Euler. The first complete solution for the case  $C = 1$  was presented by Lebesgue in 1850. In 1923 Nagell considered the cases of  $C = 3, 5$ . Nowadays, all the solutions for  $C$  in the range  $1 \leq C \leq 100$  are known. There are many results for specific values of  $C$ , and also for  $C$  ranging in some infinite set. In this work we study the specific case  $C = p^a q^b$  and  $n = q$ , where  $p, q$  are distinct odd prime numbers with  $q \geq 5$  and  $a, b$  are positive integers.

# Theory of Computation

## Foundations of quantum programming languages

Alejandro Díaz-Caro ([alejandro@diaz-caro.info](mailto:alejandro@diaz-caro.info))

Universidad Nacional de Quilmes & CONICET-Universidad de Buenos Aires (ICC)

**Abstract.** Quantum computing can be tough as a computational paradigm based on quantum physics, or it can also be tough as an structured way to reason about quantum physics. Quantum physics predicts the behaviour of particles, and quantum computing is a formalism which takes this behaviour as a computational process: there is an initial state, a final state and a path/computation followed.

In this mini-course we will give a quick introduction to quantum computing, from its mathematical formalism. Then, I will give a fast introduction to lambda calculus and type theory. Finally, I will present some recent extensions to the lambda calculus for quantum computing. In particular, we will see the different existing paradigms (quantum control vs classical control), the main goals on such research lines, and some of the most notorious results in the area.

## Quantum lambda calculus with quantum control

Alejandro Díaz-Caro ([adiazcaro@icc.fcen.uba.ar](mailto:adiazcaro@icc.fcen.uba.ar))

Universidad Nacional de Quilmes & Universidad de Buenos Aires-CONICET (ICC)

**Abstract.** There are two main approaches for quantum extensions to the lambda calculus. The first one and more developed, uses the so-called classical-control. The idea is to provide a classical description of quantum circuits: its wires, what operations to apply and to which qubits. The second one, uses the so-called quantum-control. The idea here is to provide a proper encoding of the quantum operations and linear combinations in order to understand its behaviour. In this talk, I will focus on the long road path for the second approach, starting from the linear-algebraic lambda calculus, and its vectorial type system, and the more recent lambda $\mathcal{S}$ , which combines algebraic linearity with logical linearity. Finally, I will show some results of a work-in-progress to define a fully quantum lambda-calculus with quantum control using realizability techniques.

In this talk I will do an overview of joint works with: Pablo Arrighi, Gilles Dowek, Benoit Valiron, Alexandre Miquel, Mauricio Guillermo, and Octavio Malherbe.

## Formalizing the Dependency Pairs Criterion for Term Rewriting Systems

Ariane Alves Almeida ([arianealvesalmeida@gmail.com](mailto:arianealvesalmeida@gmail.com))

UnB

**Abstract.** Although undecidable, termination is a relevant property for term rewriting systems. There are several methods of semi-decision to address the analysis of termination, among them, the

dependency pairs termination criterion, which was introduced in the 1990s by Arts and Giesl and has been extensively studied ever since. In this criterion, the relations between pairs of expressions rooted by defined symbols on the left- and right-hand sides of rewriting rules, are analyzed. If there exists a well-founded order compatible with all these pairs, the criterion states termination of the system. This work presents a computational formalization of the theorem that establishes correctness of this criterion, indeed, stating that noetherianity of a term rewriting system is equivalent to termination of the system through the dependency pairs criterion.

## Nominal Equivariant Unification

**Deivid Rodrigues do Vale** ([deividrodriguesvale@gmail.com](mailto:deividrodriguesvale@gmail.com))  
Universidade de Brasília

**Abstract.** In this talk, we discuss some developments in nominal disunification problems. We also discuss extensions of some notions from equivariant unification and see what happens in the disunification case and investigate its relations to nominal disunification.

## Functional Nominal C-Unification

**Gabriel Ferreira Silva** ([gabrielfsilva1995@gmail.com](mailto:gabrielfsilva1995@gmail.com))  
Universidade de Brasília

**Abstract.** Nominal syntax extends first-order syntax by bringing mechanisms to deal with bound and free variables in a natural manner. However, profiting from the nominal paradigm implies adapting basic notions such as substitution, rewriting and equational deduction to it. Extensions of nominal unification modulo equational theories are of great relevance. In this context, recent work deals with theories such as associativity (A) and commutativity (C). This work discuss the problem of nominal C-unification, that is, unification with commutative operators. The problem is revisited, discussing current progress on a new functional algorithm and its formalization.

## Towards a Tableaux System for Propositional Minimal Implicational Logic

**Jefferson de Barros Santos** ([jefferson.b.santos@gmail.com](mailto:jefferson.b.santos@gmail.com))  
EBAPE/FGV

**Abstract.** Following my previous work on the sequent calculus *LMT* for Propositional Minimal Implicational Logic (*M*), I will present in this talk a Tableaux System for the same Logic. I will review the importance of *M* in the context of theorem provers, remember some definitions and concepts regards proof search for *M* and show how to use the system *LMT* and the proposed Tableaux for automatic proving and counter model generation (for failed proof search) in this Logic.

The systems presented in the talk guarantee termination of the proof search process by a strategy of rule application that forces an ordered way to search for proofs such that all possible combinations are stressed. We will explore the upper bounds of such procedures and how, together with the proposed strategy, decidability can be ensured. In such systems, rules are conceived to deal with the

necessity of hypothesis repetition and the context-splitting nature of –left, avoiding the occurrence of loops and the use of backtracking. Those systems have the property to allow extractability of counter-models from failed proof searches, i.e., the attempt proof tree of an expanded branch produces a Kripke model that falsifies the initial formula. I will also talk about the implementation of those systems in a framework for the development of interactive theorem provers built by our research group.

## Type System for $\lambda\sigma$ calculus with all de Bruijn Indices

**Kaliana dos Santos Dias de Freitas** ([kalianadias@gmail.com](mailto:kalianadias@gmail.com))  
CIC-UnB

**Abstract.** The  $\lambda\sigma$ -calculus is a refinement of  $\lambda$ -calculus that extend the language in order to explicit the real steps of the substitution operation which is considered implicit in the  $\lambda$ -calculus in the process of  $\beta$ -conversion. The calculus of explicit substitutions (CESs) are models closer of computing and the  $\lambda\sigma$ -calculus provides a bridge between the classical  $\lambda$ -calculus and concrete implementations. Abadi *et al* introduced the  $\lambda\sigma$ -calculus using just de Bruijn index 1 and implementing all other indices as applications of substitutions to 1. We adapt the proof of confluence of closed terms for the  $\lambda\sigma$ -calculus to the calculus with all de Bruijn indices. Now, we intend to implement a type system for this calculus in order to treat the inhabitation problem for closed terms and equivalence of type proofs with propositional logic on the Presburger arithmetic.

## A formal characterization of the confluence property and applications.

**Leandro Oliveira Rezende** ([1-ordo.ab.chao@hotmail.com](mailto:1-ordo.ab.chao@hotmail.com))  
Universidade de Brasilia

**Abstract.** Rewriting theory is a well established model of computation that has the lambda-calculus as its most well known example. Confluence is an important property of rewriting systems that concerns about the determinism of the computational steps. In this work, we present a characterization of confluence based on the so called Z property. As an application, we show how it can be used to get confluence of an extension of the lambda-calculus with explicit substitutions.

## Asymmetric Unification for exclusive-or theory.

**Mehwish Arshid** ([mehwisherashid24@gmail.com](mailto:mehwisherashid24@gmail.com))  
Universidade de Brasilia

**Abstract.** Asymmetric unification is a type of Equational unification where the right-hand sides of the equations are in normal form with respect to the given term rewriting system. I studied about unification problems such as Asymmetric unification and DisUnification with respect to different equational theories and term rewriting systems. I am now studying about Asymmetric Unification for Exclusive OR with uninterpreted function symbols. I am studying Algorithm for the Theory of Exclusive OR with uninterpreted function symbols.

## A Formalization of the Ford-Johnson Algorithm

**Nikson Bernardes Fernandes Ferreira** ([nik.son18@hotmail.com](mailto:nik.son18@hotmail.com))  
UnB

**Abstract.** Optimal sorting is an interesting problem of high complexity that is relevant both in combinatorics of permutations and algorithmics. One of the algorithms that computes the closest results to optimal solutions, among sorting algorithms based on key-comparisons, is the algorithm proposed by Lester Ford and Selmer Johnson, almost half a century ago. This algorithm is also called "merge-insertion", and is not extensively implemented and applied because of the complexity of the required data structure. Indeed, the intuition of the Ford-Johnson algorithm is very simple: merge sorted lists maximally profiting of binary-insertion sort. Despite this fact, in order to maximally explore each binary insertion, an elaborated indexation over data structures is required, which makes implementations not trivial. In this work, a functional specification of the algorithm and the formalization of its correction in the PVS proof assistant are discussed.

## Isomorphism Theorems for Rings in PVS

**Thaynara Arielly de Lima** ([thaynaradelima@ufg.br](mailto:thaynaradelima@ufg.br))  
Universidade Federal de Goiás

**Abstract.** In this talk we are going to present results about the specification and formalization in the PVS proof assistant of the Isomorphism Theorems for Rings. Such formalizations are part of an ongoing project, whose goal is to specify and formalize in PVS the main theorems from ring theory presented in textbooks of abstract algebra. The developed formalization applies mainly a part of the NASA PVS library for abstract algebra specified in the theory algebra.

## Formalization of the Rice's Theorem

**Thiago Mendonça Ferreira Ramos** ([thiagomendoncaferreiraramos@yahoo.com.br](mailto:thiagomendoncaferreiraramos@yahoo.com.br))  
UnB

**Abstract.** In computer science, all the Turing complete models of computation have some limit, that means that not all kind of programs can be build. One of this limit is given by the Rice's Theorem. This result says that it is not possible make a program that decides a semantic predicate over another programs, at least it is either the set of all programs or the empty set. In this work, a formalization of the Rice's Theorem is presented for a class of partial recursive functions. The majority of the textbooks shows the proof using the result that there is a universal Turing machine and making a reduction from the undecidability of the halting problem to the Rice's Theorem. However, the formalization of this work assumes that there is a kind of composition such that the composed partial recursive function returns the own number of Goedel. This formal proof is made directly.

## A Theory of Software Product Line Analyses

**Vander Ramos Alves** ([valves@unb.br](mailto:valves@unb.br))  
Universidade de Brasília

**Abstract.** A software product line (SPL) is a set of similar software products developed from shared components. SPL are pervasive. Immediate examples are the Linux kernel, which can be customized to different distributions. Others include embedded software in all kinds of devices, e.g., cars, medical, drones, smartphones. The key idea is that it makes sense to develop them as a family instead of individually. This allows sharing commonality in design decisions, implementation, and analysis activities. Still, the usual challenges of analyzing single software products (e.g., type checking, model checking, theorem proving) become more complex to SPLs, given the usually high number of products. To cope with these, there has been a separate devising of analysis methods for SPL analyses often yielding unrelated tools, even if they, for instance, take similar models as input or perform computations over the same data structures. This leads to redundant implementations and even to repetition in time-consuming correctness proofs.

To address this issue, we propose a theory of product-line analyses allowing the structuring of concepts and facts (e.g., commutativity of intermediate analysis steps) in an abstract, concise, and precise manner, thus further facilitating their reuse in specific analyses. Essentially, a category relates types representing SPL models and functions representing analysis steps over these models. All paths along the induced graph represent an overall analysis strategy and meet in the center of a 4-quadrant structure, showing the commutativity of all analysis strategies.

# Index

- Érica Santana Silveira, 56  
Adàn José Corcho Fernàndez, 20  
Ademir Pastor Ferreira, 20  
Adriano João da Silva, 36  
Adriano Possebon Rosa, 73  
Alcione Marques Fernandes, 47  
Aldir Chaves Brasil Junior, 38  
Alejandro Díaz-Caro, 86  
Alessandra Kreutz, 82  
Alexandre Grichkov, 6  
Alexandre Nolasco de Carvalho, 20  
Allan George de Carvalho Freitas, 38  
Almir Rogerio Silva Santos, 21  
Altair Santos de Oliveira Tosti, 6  
Alvaro José Magalhães Neves, 47  
Alvaro Kruger Ramos, 38  
Ana Carolina Santana Lemes, 48  
Ana Cristina Vieira, 6  
Ana Maria Libório de Oliveira, 48  
André de Oliveira Gomes, 77  
Andrea Caranti, 7  
Andreia Julio De Oliveira Rocha, Geraldo Mora  
eira Eustáquio, 48  
Angel Carocca, 8  
Angelo Calil Bianchi, 8  
Antonio Marcos Duarte de França, 8  
Antonio Martinez, 39  
Antonio Suàrez Fernàndez, 21  
Ariane Alves Almeida, 86  
Arthur Ferreira Campos, 82  
Artur Oscar Lopes, 77  
Bernhard Ruf, 21  
Boyan Slavchev Sirakov, 22  
Brigitte Lutz-Westphal, 49  
Bruno Guedes, 49  
Bruno Henrique Carvalho Ribeiro, 22  
Carine Almeida Silva Noleto, 50  
Carla Lima Santos, 51  
Carlo Maria Scoppola, 9  
Carlos José Matheus, 39  
Carmine Monetta, 9  
Cesar Rogerio de Oliveira, 22  
Cicero Fernandes de Carvalho, 82  
Cicero Pedro de Aquino, 39  
Cleiton Rodrigues dos Santos, 52  
Cleyton Hércules Gontijo, 53, 54  
Cristiane Teixeira Antunes, 55  
Cristina Acciarri, 9  
Csaba Schneider, 10  
Débora Barbosa de Moura Brasil, Karly Barbosa  
Alvarenga, 55  
Daiane Soares Veras, 83  
Damião Junio Araujo, 22  
Daniel F. Bustos R., 39  
Danilo Sançao da Silveira, 10  
David Arcoya Alvarez, 23  
Deivid Rodrigues do Vale, 87  
Dessislava Hristova Kochloukova, 10  
Detang Zhou, 40  
Dióscoros Brito Aguiar Junior, 77  
Diego Catalano Ferraioli, 40  
Diego Ferraz de Souza, 23  
Djairo Guedes de Figueiredo, 23  
Edcarlos Domingos da Silva, 24  
Ederson Moreira dos Santos, 24  
Edilene Simões Costa Dos Santos, 56  
Edson Luiz Cataldo Ferreira, 73  
Elaine Cristine de Souza Silva, 83  
Elena Aladova, 10  
Elias da Costa, 24  
Elisandra de Fatima Gloss de Moraes, 25  
Eloisa Detomi, 11  
Enrique Fernandez-Cara, 25  
Ernani de Sousa Ribeiro Jr, 40  
Eudes Leite de Lima, 41  
Fabio Enrique Brochero Martinez, 84  
Federica Sani, 25  
Felipe Linares, 26  
Fernanda Gontijo, 48  
Fernandes Bernardes de Sousa, 57  
Fernando Manfio, 41  
Fernando Torres, 84  
Flávia De Oliveira Carvalho, 58  
Francesco Fumagalli, 12  
Francisco Eteval da Silva, 59  
Francisco Feitosa, 59  
Francismar Ferreira Lima, 12  
Frank Lutz, 41

- Fredy Enrique González, 59
- Gabriel Ferreira Silva, 87
- Gabriele Oliveira Dos Santos Castro, 59
- Gabrielle Saller Nornberg, 26
- Genildo de Jesus Nery, 13
- Geraldo Eustáquio Moreira, 60
- Glaucia Garcêz Rodrigues, 61
- Gregorio Pacelli Feitosa Bessa, 41
- Guillermo Antonio Lobos Villagra, 42
- Gunnar Traustason, 13
- Guozhen Lu, 26
- Gustavo Abade, 73
- Henrique Fernandes de Lima, 42
- Hiuri Fellipe Santos dos Reis, 42
- Hugo A. de La Cruz Cancino, 78
- Hyago de Sousa Lima, 49
- Igor Dos Santos Lima, 62
- Ilya Pavlyukevich, 78
- Irene Naomi Nakaoka, 13
- Jaime Bruck Ripoll, 42
- Janaína Mendes Pereira da Silva, 60
- Jefferson de Barros Santos, 87
- Jefferson Matias Da Silva, 62
- Jhone Caldeira, 13
- Jianjun Zhang, 27
- João Henrique Santos de Andrade, 27
- João Rodrigues dos Santos Junior, 27
- João Vitor da Silva, 27
- John Robert King, 74
- John William Macquarrie, 14
- Jordan Lambert Silva, 36
- Jorge Cássio Costa Nóbrega, 63
- José Alberto Cuminato, 28
- José Carlos de Albuquerque Melo Junior, 28
- José Francisco Alves de Oliveira, 29
- José Miguel Dordio Martinho de Almeida Urbano, 29
- José Plínio de Oliveira Santos, 84
- José Nazareno Vieira Gomes, 43
- Jose Nazareno Vieira Gomes, 43
- Josinalva Estacio Menezes, 63, 64
- Juliana da Silva Cardoso, 29
- Julio Daniel Rossi, 30
- Kaliana dos Santos Dias de Freitas, 88
- Karla Amâncio Pinto Fieldt's, 51
- Karly Barbosa Alvarenga, 64, 66
- Kaye Oliveira da Silva, 30
- Leandro Chiarini Medeiros, 79
- Leandro Cioletti, 78
- Leandro Oliveira Rezende, 88
- Leniedson Guedes Dos Santos, 66
- Leomaques Francisco Silva Bernardo, 14
- Leonor de Araújo Bezerra De Oliveira, 67
- Liliane de Almeida Maia, 31
- Lino Anderson da Silva Grama, 36, 37
- Luana Lopes dos Santos Alves, 65
- Lucas Catão de Freitas Ferreira, 31
- Lucas Conque Seco Ferreira, 37
- Luciana Ávila Rodrigues, 68
- Luciane Nunes Ribeiro, 68
- Lucio Boccardo, 31
- Luis Augusto de Mendonça, 14
- Luise-Charlotte Kappe, 15
- Lulu Healy, 69
- Ma To Fu, 32
- Mahendra Panthee, 32
- Manassés Xavier de Souza, 32
- Manfred Denker, 79
- Manoel Vieira de Matos Neto, 43
- Manuel Stadlbauer, 79
- Manuela da Silva Souza, 16
- Marcello Augusto Faraco de Medeiros, 74
- Marcelo Moreira Cavalcanti, 33
- Marcio Silva Santos, 44
- Marco Antonio Lázaro Velásquez, 44
- Marco Antonio Pontes dos Santos, 69
- Marcos Leandro Mendes Carvalho, 33
- Marcus Antonio Mendonça Marrocos, 44
- Maria Dalvirene Braga, 58, 59, 63, 64
- Maria Darvirene Braga, 61
- Marina Rasskazova, 16
- Marlo Mendes de Souza Junior, 70
- Massimo Grossi, 33
- Mateus Gianni Fonseca, 53, 54
- Matheus Alexandre Oliveira, 48
- Matheus Delaine Teixeira Zanetti, 53, 54
- Mauro Luiz Rabelo, 71
- Maxwell Lizete da Silva, 33
- Mayra Soares Costa Rodrigues, 34
- Mehwish Arshid, 88
- mgf, 54
- Michael Anton Hoegele, 80
- Michael Vynnycky, 75
- Milene de Fátima Soares, 55

- Mohsen Amiri, 17  
Nikson Bernardes Fernandes Ferreira, 89  
Olimpio Hiroshi Miyagaki, 34  
Patrizia Longobardi, 17  
Paulo Augusto Caixeta Borges, 48  
Paulo Henrique de Azevedo Rodrigues, 84  
Paulo Ruffino, 80  
Paulo Sérgio de Oliveira Conceição, 51  
Paulo Sulczinski, 71  
Paulo Varandas, 80  
Paulo Victor Ximenes de Oliveira, 71  
Pawan Kumar Mishra, 34  
Pedro Henrique Pereira Daldegan, 18  
Pedro Jose Catuogno, 81  
Plamen Emilov Kochloukov, 18  
Rafaela Oliveira Carvalho, 70  
Rangel Taveira, 69  
Raquel Carneiro Dörr, 70, 71  
Raquel Carneiro Door, 71  
Rebeca de Miranda Silva, 70  
Regina da Silva Pina Neves, 49, 65, 68, 71  
Romildo da Silva Pina, 45  
Ronaldo Freire de Lima, 45  
Roney Leon Thompson, 75  
Rui Seimetz, 63, 64  
Sílvia Regina Costa Lopes, 81  
Sergio Muniz Oliva Filho, 75  
Steffanio Moreno de Sousa, 35  
Tatiane Evangelista, 71  
Thaynara Arielly de Lima, 89  
Thiago Henrique de Freitas, 19  
Thiago Mendonça Ferreira Ramos, 89  
Tomàs Caraballo, 35  
Tulio Marcio Gentil dos Santos, 19  
Valéria Neves Domingos Cavalcanti, 35  
Valter Borges Sampaio Junior, 45  
Vander Ramos Alves, 90  
Victor Gonzalo Lopez Neumann, 85  
Victor Hugo Jorge Perez, 19  
Wagdo da Silva Martins, Wesley Pereira da Silva,  
72  
Wagner Pereira Dos Santos, 62  
Walcy Santos, 46  
Wellington Lima Cedro, 68



Universidade de Brasília

## Departament of Mathematics

Campus Universitário Darcy Ribeiro

70910-900

Brasília DF - Brasil

<http://www.mat.unb.br>

[secretaria@mat.unb.br](mailto:secretaria@mat.unb.br)

Telefone:

+ 55 (61) 3107-7236 (Secretaria)

+ 55 (61) 3107-6481 (Graduação)

+ 55 (61) 3107-6482 (Pós-Graduação)

Graduação em Matemática

Mestrado Profissional em Matemática

Mestrado e Doutorado em Matemática

### Sobre a Fundação Athos Bulcão

A Fundação Athos Bulcão é uma instituição sem fins lucrativos, de direito privado e de utilidade pública distrital, que conserva, pesquisa, comunica, documenta, investiga e expõe o acervo de Athos Bulcão para fins de estudo, apreciação e educação. Investir e preservar o patrimônio cultural é trabalho permanente da instituição, que a partir disso, desenvolve projetos e ações que utilizam os bens culturais deixados por Athos Bulcão como recursos educacionais, turísticos e de entretenimento, estimulando em seu público uma percepção crítica da realidade, valorização da arte brasileira e seu patrimônio e do conhecimento.

Possui um acervo de obras, estudos e projetos do artista, que exibe em sua galeria. Em sua loja, comercializa múltiplos de arte que tomam emprestadas as formas e as cores das obras de Athos Bulcão, além de publicações, gravuras e molduras com os famosos azulejos.

Visite [www.fundathos.org.br](http://www.fundathos.org.br) para conhecer mais sobre a obra de Athos e a Fundação.