



Cálculo 3 – Turma _____
Prova 1 – 2º/2025

Nome:

Matrícula (1)

Assinatura:

Nas questões a seguir, serão utilizadas funções cujos valores e derivadas em alguns pontos estão listados a seguir.

(x, y)	f	g	h	f_x	g_x	h_x	f_y	g_y	h_y	(x, y)	f	g	h	f_x	g_x	h_x	f_y	g_y	h_y
$(0, 0)$	1	9	2	2	6	1	5	3	8	$(1, 0)$	6	8	5	6	5	7	2	9	1
$(0, 1)$	3	4	4	7	2	3	9	4	5	$(1, 1)$	2	6	7	5	2	5	1	2	6
$(0, 2)$	2	2	6	9	7	9	3	7	2	$(1, 2)$	8	1	3	3	1	6	7	8	3
$(0, 3)$	5	7	8	1	4	4	4	5	4	$(1, 3)$	7	3	1	2	9	8	2	2	7
$(0, 4)$	4	5	9	8	8	2	8	1	2	$(1, 4)$	9	2	2	4	3	2	6	6	9

t	φ	ψ	φ'	ψ'
0	$(2, 6)$	$(1, 7)$	$(2, 4)$	$(7, 2)$
1	$(4, 5)$	$(3, 8)$	$(7, 6)$	$(8, 1)$
2	$(7, 3)$	$(2, 9)$	$(9, 3)$	$(2, 3)$
3	$(2, 8)$	$(6, 5)$	$(1, 2)$	$(5, 6)$
4	$(9, 1)$	$(2, 4)$	$(8, 5)$	$(9, 4)$

As funções acima tem período 2 na variável x , e período 5 nas variáveis y e t . Por exemplo,

$$\begin{aligned}\varphi(6) &= \varphi(1) = (4, 5) \\ f(7, 18) &= f(1, 3) = 7.\end{aligned}$$

Questão 1 (1,0 ponto): Julgue (V)erdadeiro ou (F)also. (penalização por erro: -0,15 ponto)

(a) ☐ $|w| = w \cdot w$

(b) ☐ $(v \times w) \parallel v$

(c) ☐ $v \times (-w) = v \times w$

(d) ☐ $w \cdot (v \times w) = 0$

Questão 2 (1,0 ponto): Determine o gradiente de

$$k(x, y, z) = g(xy, z)$$

no ponto $(3, 0, 2)$.

$$\nabla k(3, 0, 2) = \left(\boxed{}, \boxed{}, \boxed{} \right)$$

Questão 3 (1,0 ponto): Determine o gradiente de

$$k(x, y, z) = h(x\varphi(y) + \psi(z))$$

no ponto $(4, 3, 0)$.

$$\nabla k(4, 3, 0) = \left(\boxed{}, \boxed{}, \boxed{} \right)$$

Questão 4 (1,0 ponto):

Pela regra da cadeia, podemos escrever a derivada de

$$k(t) = g(\psi(t))$$

em $t = 4$, como o produto euclidiano

$$k'(4) = \left(\boxed{}, \boxed{} \right) \cdot \left(\boxed{}, \boxed{} \right)$$

Questão 5 (1,0 ponto): Determine a matriz jacobiana de

$$k(x, y, z) = (f(x, y), g(y, z))$$

no ponto $(4, 2, 3)$.

$$[Dk(4, 2, 3)] = \left[\begin{array}{cc} & \\ & \end{array} \right]$$

Matrícula

Questão 6 (1,0 ponto): Pela regra da cadeia com matrizes, podemos escrever a matriz jacobiana de

$$k(x, y) = (h(\varphi(x) + \psi(y)), f(\varphi(x) + \psi(y)))$$

no ponto $(0, 4)$ como o produto

$$[Dk(0, 4)] = \left[\begin{array}{c} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{array} \right]$$

Questão 7 (1,0 ponto): Se a posição de uma partícula no espaço no tempo t é dada por $r(t) = (t, \cos t\pi, t^2)$ e a temperatura no ponto (x, y, z) é dada por $T(x, y, z) = 5e^x + z$, então a taxa de variação da temperatura em relação ao tempo, sentida pela partícula no instante $t = 2$ é

- (a) $\nabla T(2, 1, 4) \cdot r'(2)$ (b) $(5e^2, 1) \cdot (2, 2 \cos \pi)$ (c) NOA
(d) $\nabla T(1) \cdot r'(1)$ (e) $(3, e^2, 2) \cdot (1, \cos \pi, 2)$

Questão 8 (1,0 ponto): Determine o único ponto crítico de

$$f(x, y) = (y^2 + 8y + 16 + 3x) e^{-4x},$$

e classifique-o como *máximo local*, *mínimo local* ou *ponto de sela*.

Atenção: Se o ponto crítico estiver incorreto, a classificação será desconsiderada.

□

Questão 9 (1,0 ponto): Sejam $a, b, c \in \mathbb{R}^3$ pontos não colineares. Um vetor normal ao plano que contém esses três pontos é dado por:

- (a) $(a - b) \cdot c$ (b) $a \times (b - c)$ (c) NOA
(d) $3(a - b) \cdot (c - b)$ (e) $2(a - b) \times (b - c)$

Questão 10 (1,0 ponto): Seja $S \subset \mathbb{R}^3$ a superfície formada pelos pontos que satisfazem a equação

$$5y^2 - 10yz + 5z^2 - yx - zx = 5.$$

Utilizando o método dos multiplicadores de Lagrange, podemos encontrar os pontos de S que são mais próximos da origem de $\mathbb{R}^3$. O método consiste em *montar* um sistema de equações que, se resolvido, nos dá uma lista de pontos que são *candidatos* a serem o ponto procurado.

Escreva aqui o sistema a ser resolvido. (não precisa resolver)



Cálculo 3 – Turma _____
Prova 1 – 2º/2025

Nome:

Matrícula

(2)

Assinatura:

Nas questões a seguir, serão utilizadas funções cujos valores e derivadas em alguns pontos estão listados a seguir.

(x, y)	f	g	h	f_x	g_x	h_x	f_y	g_y	h_y	(x, y)	f	g	h	f_x	g_x	h_x	f_y	g_y	h_y
$(0, 0)$	4	2	2	5	2	2	2	2	6	$(1, 0)$	7	3	4	2	8	5	4	6	5
$(0, 1)$	2	1	7	3	7	3	9	8	2	$(1, 1)$	8	6	9	8	2	9	1	1	7
$(0, 2)$	3	8	6	9	5	1	3	7	1	$(1, 2)$	2	4	3	6	3	4	7	4	9
$(0, 3)$	6	9	5	4	4	8	6	5	8	$(1, 3)$	5	5	8	2	6	7	2	3	2
$(0, 4)$	1	7	1	7	1	6	8	9	3	$(1, 4)$	9	2	2	1	9	2	5	2	4

t	φ	ψ	φ'	ψ'
0	$(2, 9)$	$(2, 2)$	$(5, 1)$	$(3, 7)$
1	$(7, 1)$	$(5, 3)$	$(8, 6)$	$(5, 9)$
2	$(4, 8)$	$(6, 1)$	$(2, 9)$	$(1, 2)$
3	$(6, 2)$	$(9, 4)$	$(4, 2)$	$(6, 2)$
4	$(5, 3)$	$(8, 7)$	$(7, 3)$	$(8, 4)$

As funções acima tem período 2 na variável x , e período 5 nas variáveis y e t . Por exemplo,

$$\varphi(6) = \varphi(1) = (7, 1)$$

$$f(7, 18) = f(1, 3) = 5.$$

Questão 1 (1,0 ponto): Julgue (V)erdadeiro ou (F)also. (penalização por erro: -0,15 ponto)

(a) ☐ $|w| = w \cdot w$

(b) ☐ $v \times w = w \times v$

(c) ☐ $(-v) \times (-w) = v \times w$

(d) ☐ $(v \times w) \cdot v = 0$

Questão 2 (1,0 ponto): Determine o gradiente de

$$k(x, y, z) = h(xy, z)$$

no ponto $(2, 4, 0)$.

$$\nabla k(2, 4, 0) = \left(\boxed{}, \boxed{}, \boxed{} \right)$$

Questão 3 (1,0 ponto): Determine o gradiente de

$$k(x, y, z) = f(x\psi(y) + \varphi(z))$$

no ponto $(1, 3, 4)$.

$$\nabla k(1, 3, 4) = \left(\boxed{}, \boxed{}, \boxed{} \right)$$

Questão 4 (1,0 ponto):

Pela regra da cadeia, podemos escrever a derivada de

$$k(t) = h(\varphi(t))$$

em $t = 4$, como o produto euclidiano

$$k'(4) = \left(\boxed{}, \boxed{} \right) \cdot \left(\boxed{}, \boxed{} \right)$$

Questão 5 (1,0 ponto): Determine a matriz jacobiana de

$$k(x, y, z) = (g(z, x), f(x, y))$$

no ponto $(4, 0, 2)$.

$$[Dk(4, 0, 2)] = \left[\begin{array}{ccc} & & \\ & & \\ & & \end{array} \right]$$

Matrícula

Questão 6 (1,0 ponto): Pela regra da cadeia com matrizes, podemos escrever a matriz jacobiana de

$$k(x, y) = (g(\varphi(y) + \psi(x)), h(\varphi(y) + \psi(x)))$$

no ponto $(0, 2)$ como o produto

$$[Dk(0, 2)] = \left[\begin{array}{c} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{array} \right]$$

Questão 7 (1,0 ponto): Se a posição de uma partícula no espaço no tempo t é dada por $r(t) = (t^2, \cos t\pi, t + 1)$ e a temperatura no ponto (x, y, z) é dada por $T(x, y, z) = 3x + e^z$, então a taxa de variação da temperatura em relação ao tempo, sentida pela partícula no instante $t = 1$ é

- $$\begin{array}{lll} \text{(a)} \nabla T(1) \cdot r'(1) & \text{(b)} (3, e^2, 2) \cdot (1, \cos \pi, 2) & \text{(c) NOA} \\ \text{(d)} \nabla T(1, -1, 2) \cdot r'(1) & \text{(e)} (3, e^2) \cdot (1, \cos \pi) & \end{array}$$

Questão 8 (1,0 ponto): Determine o único ponto crítico de

$$f(x, y) = (y^2 + 8y + 16 + 4x) e^{-4x},$$

e classifique-o como *máximo local*, *mínimo local* ou *ponto de sela*.

Atenção: Se o ponto crítico estiver incorreto, a classificação será desconsiderada.

□

Questão 9 (1,0 ponto): Sejam $a, b, c \in \mathbb{R}^3$ pontos não colineares. Um vetor normal ao plano que contém esses três pontos é dado por:

- (a) $2(a - b) \cdot (b - c)$ (b) $a \times (c - b)$ (c) NOA
(d) $3(a - b) \times (c - a)$ (e) $c \cdot (b - a)$

Questão 10 (1,0 ponto): Seja $S \subset \mathbb{R}^3$ a superfície formada pelos pontos que satisfazem a equação

$$2y^2 - 4yx + 2x^2 - yz - xz = 4.$$

Utilizando o método dos multiplicadores de Lagrange, podemos encontrar os pontos de S que são mais próximos da origem de $\mathbb{R}^3$. O método consiste em *montar* um sistema de equações que, se resolvido, nos dá uma lista de pontos que são *candidatos* a serem o ponto procurado.

Escreva aqui o sistema a ser resolvido. (não precisa resolver)



Cálculo 3 – Turma _____
Prova 1 – 2º/2025

Nome:

Matrícula

(3)

Assinatura:

Nas questões a seguir, serão utilizadas funções cujos valores e derivadas em alguns pontos estão listados a seguir.

(x, y)	f	g	h	f_x	g_x	h_x	f_y	g_y	h_y	(x, y)	f	g	h	f_x	g_x	h_x	f_y	g_y	h_y
$(0, 0)$	4	1	2	6	5	8	2	2	6	$(1, 0)$	3	9	8	9	2	1	9	3	4
$(0, 1)$	5	3	5	7	2	6	2	8	2	$(1, 1)$	9	6	6	2	7	5	1	9	1
$(0, 2)$	2	2	1	2	9	2	6	6	8	$(1, 2)$	6	8	9	1	6	9	7	2	7
$(0, 3)$	2	7	2	3	8	2	5	1	2	$(1, 3)$	1	2	3	4	3	7	4	7	3
$(0, 4)$	8	4	7	8	4	4	8	4	5	$(1, 4)$	7	5	4	5	1	3	3	5	9

t	φ	ψ	φ'	ψ'
0	$(2, 1)$	$(2, 7)$	$(2, 8)$	$(2, 6)$
1	$(2, 4)$	$(5, 1)$	$(1, 6)$	$(8, 9)$
2	$(7, 6)$	$(2, 8)$	$(3, 4)$	$(7, 3)$
3	$(8, 5)$	$(3, 9)$	$(9, 2)$	$(1, 5)$
4	$(3, 9)$	$(6, 4)$	$(7, 5)$	$(2, 4)$

As funções acima tem período 2 na variável x , e período 5 nas variáveis y e t . Por exemplo,

$$\varphi(6) = \varphi(1) = (2, 4)$$

$$f(7, 18) = f(1, 3) = 1.$$

Questão 1 (1,0 ponto): Julgue (V)erdadeiro ou (F)also. (penalização por erro: -0,15 ponto)

(a) () $|w| = \sqrt{w \cdot w}$

(b) () $(v \times w) \perp v$

(c) () $v \times (-v) = v$

(d) () $w \cdot (v \times w) = 0$

Questão 2 (1,0 ponto): Determine o gradiente de

$$k(x, y, z) = h(xy, z)$$

no ponto $(1, 0, 2)$.

$$\nabla k(1, 0, 2) = \left(\boxed{}, \boxed{}, \boxed{} \right)$$

Questão 3 (1,0 ponto): Determine o gradiente de

$$k(x, y, z) = g(x\psi(y) + \varphi(z))$$

no ponto $(1, 2, 3)$.

$$\nabla k(1, 2, 3) = \left(\boxed{}, \boxed{}, \boxed{} \right)$$

Questão 4 (1,0 ponto):

Pela regra da cadeia, podemos escrever a derivada de

$$k(t) = h(\psi(t))$$

em $t = 0$, como o produto euclidiano

$$k'(0) = \left(\boxed{}, \boxed{} \right) \cdot \left(\boxed{}, \boxed{} \right)$$

Questão 5 (1,0 ponto): Determine a matriz jacobiana de

$$k(x, y, z) = (f(y, z), h(z, x))$$

no ponto $(2, 1, 0)$.

$$[Dk(2, 1, 0)] = \left[\begin{array}{ccc} & & \\ & & \\ & & \end{array} \right]$$

Matrícula

Questão 6 (1,0 ponto): Pela regra da cadeia com matrizes, podemos escrever a matriz jacobiana de

$$k(x, y) = (h(\psi(x) + \varphi(y)), g(\psi(x) + \varphi(y)))$$

no ponto $(3, 0)$ como o produto

[illegible]

Questão 7 (1,0 ponto): Se a posição de uma partícula no espaço no tempo t é dada por $r(t) = (t, \cos t\pi, t^2)$ e a temperatura no ponto (x, y, z) é dada por $T(x, y, z) = 5e^x + z$, então a taxa de variação da temperatura em relação ao tempo, sentida pela partícula no instante $t = 2$ é

- (a) $\nabla T(2, 1, 4) \cdot r'(2)$ (b) $(5e^2, 1) \cdot (2, 2 \cos \pi)$ (c) NOA
(d) $\nabla T(1) \cdot r'(1)$ (e) $(3, e^2, 2) \cdot (1, \cos \pi, 2)$

Questão 8 (1,0 ponto): Determine o único ponto crítico de

$$f(x, y) = (x^2 + 6x + 9 - 3y) e^{-3y},$$

e classifique-o como *máximo local*, *mínimo local* ou *ponto de sela*.

Atenção: Se o ponto crítico estiver incorreto, a classificação será desconsiderada.

□

Questão 9 (1,0 ponto): Sejam $a, b, c \in \mathbb{R}^3$ pontos não colineares. Um vetor normal ao plano que contém esses três pontos é dado por:

- (a) $c \cdot (b - a)$ (b) $a \times (c - b)$ (c) NOA
(d) $2(a - b) \cdot (b - c)$ (e) $3(a - b) \times (c - a)$

Questão 10 (1,0 ponto): Seja $S \subset \mathbb{R}^3$ a superfície formada pelos pontos que satisfazem a equação

$$5x^2 - 10xz + 5z^2 - xy - zy = 3.$$

Utilizando o método dos multiplicadores de Lagrange, podemos encontrar os pontos de S que são mais próximos da origem de $\mathbb{R}^3$. O método consiste em *montar* um sistema de equações que, se resolvido, nos dá uma lista de pontos que são *candidatos* a serem o ponto procurado.

Escreva aqui o sistema a ser resolvido. (não precisa resolver)



Cálculo 3 – Turma _____
Prova 1 – 2º/2025

Nome:

Matrícula

(4)

Assinatura:

Nas questões a seguir, serão utilizadas funções cujos valores e derivadas em alguns pontos estão listados a seguir.

(x, y)	f	g	h	f_x	g_x	h_x	f_y	g_y	h_y	(x, y)	f	g	h	f_x	g_x	h_x	f_y	g_y	h_y
$(0, 0)$	4	2	2	4	2	3	2	2	9	$(1, 0)$	2	2	5	5	8	5	8	6	5
$(0, 1)$	5	5	7	7	1	2	1	8	2	$(1, 1)$	8	8	8	1	7	4	6	7	6
$(0, 2)$	9	3	6	8	5	8	3	5	2	$(1, 2)$	7	9	3	2	9	1	5	3	1
$(0, 3)$	3	6	1	9	3	9	9	4	4	$(1, 3)$	6	7	9	2	2	6	4	1	3
$(0, 4)$	2	4	2	6	6	2	7	2	7	$(1, 4)$	1	1	4	3	4	7	2	9	8

t	φ	ψ	φ'	ψ'
0	$(2, 3)$	$(7, 4)$	$(1, 2)$	$(3, 2)$
1	$(1, 2)$	$(9, 1)$	$(7, 6)$	$(1, 6)$
2	$(9, 4)$	$(3, 2)$	$(4, 3)$	$(4, 9)$
3	$(7, 8)$	$(8, 6)$	$(9, 8)$	$(8, 7)$
4	$(6, 5)$	$(2, 5)$	$(5, 2)$	$(2, 5)$

As funções acima tem período 2 na variável x , e período 5 nas variáveis y e t . Por exemplo,

$$\varphi(6) = \varphi(1) = (1, 2)$$

$$f(7, 18) = f(1, 3) = 6.$$

Questão 1 (1,0 ponto): Julgue (V)erdadeiro ou (F)also. (penalização por erro: -0,15 ponto)

(a) ☐ $|w|^2 = \sqrt{w \cdot w}$

(b) ☐ $(v \times w) \parallel v$

(c) ☐ $v \times (-v) = v$

(d) ☐ $w \cdot (v \times w) = 0$

Questão 2 (1,0 ponto): Determine o gradiente de

$$k(x, y, z) = f(xy, z)$$

no ponto $(4, 0, 1)$.

$$\nabla k(4, 0, 1) = \left(\boxed{}, \boxed{}, \boxed{} \right)$$

Questão 3 (1,0 ponto): Determine o gradiente de

$$k(x, y, z) = g(x\varphi(y) + \psi(z))$$

no ponto $(2, 1, 3)$.

$$\nabla k(2, 1, 3) = \left(\boxed{}, \boxed{}, \boxed{} \right)$$

Questão 4 (1,0 ponto):

Pela regra da cadeia, podemos escrever a derivada de

$$k(t) = g(\varphi(t))$$

em $t = 0$, como o produto euclidiano

$$k'(0) = \left(\boxed{}, \boxed{} \right) \cdot \left(\boxed{}, \boxed{} \right)$$

Questão 5 (1,0 ponto): Determine a matriz jacobiana de

$$k(x, y, z) = (h(x, y), f(y, z))$$

no ponto $(2, 0, 1)$.

$$[Dk(2, 0, 1)] = \left[\begin{array}{ccc} & & \\ & & \\ & & \end{array} \right]$$

Matrícula

Questão 6 (1,0 ponto): Pela regra da cadeia com matrizes, podemos escrever a matriz jacobiana de

$$k(x, y) = (g(\psi(x) + \varphi(y)), f(\psi(x) + \varphi(y)))$$

no ponto $(2, 0)$ como o produto

$$[Dk(2,0)] = \left[\begin{array}{c} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{array} \right]$$

Questão 7 (1,0 ponto): Se a posição de uma partícula no espaço no tempo t é dada por $r(t) = (t^2, \cos t\pi, t + 1)$ e a temperatura no ponto (x, y, z) é dada por $T(x, y, z) = 3x + e^z$, então a taxa de variação da temperatura em relação ao tempo, sentida pela partícula no instante $t = 1$ é

- $$\begin{array}{lll} \text{(a)} \nabla T(1) \cdot r'(1) & \text{(b)} \nabla T(1, -1, 2) \cdot r'(1) & \text{(c) NOA} \\ \text{(d)} (3, e^2) \cdot (1, \cos \pi) & \text{(e)} (3, e^2, 2) \cdot (1, \cos \pi, 2) & \end{array}$$

Questão 8 (1,0 ponto): Determine o único ponto crítico de

$$f(x, y) = (x^2 + 6x + 9 - 3y) e^{+2y},$$

e classifique-o como *máximo local*, *mínimo local* ou *ponto de sela*.

Atenção: Se o ponto crítico estiver incorreto, a classificação será desconsiderada.

--	--

Questão 9 (1,0 ponto): Sejam $a, b, c \in \mathbb{R}^3$ pontos não colineares. Um vetor normal ao plano que contém esses três pontos é dado por:

- (a) $3(a - b) \cdot (c - b)$ (b) $2(a - b) \times (b - c)$ (c) NOA
(d) $(a - b) \cdot c$ (e) $a \times (b - c)$

Questão 10 (1,0 ponto): Seja $S \subset \mathbb{R}^3$ a superfície formada pelos pontos que satisfazem a equação

$$3y^2 + 6yx + 3x^2 - yz + xz = 4.$$

Utilizando o método dos multiplicadores de Lagrange, podemos encontrar os pontos de S que são mais próximos da origem de $\mathbb{R}^3$. O método consiste em *montar* um sistema de equações que, se resolvido, nos dá uma lista de pontos que são *candidatos* a serem o ponto procurado.

Escreva aqui o sistema a ser resolvido. (não precisa resolver)