Universidade de Brasília
Departamento de Matemática

Introdução a Álgebra Linear
Lista 1/02 – 1º/2022

Exercício 1. Escreva as seguintes permutações de $\{1, \ldots, 6\}$ como um produto de transposições.

1. $(2, 4, 5, 6, 1, 3)$.
2. $(5, 4, 3, 1, 6, 2)$.
3. $(3, 5, 1, 4, 6, 2)$.

Exercício 2. Suponha que

$$\mathscr{F} = \{A_1, \ldots, A_n\}$$

é um conjunto de n símbolos que podem ser multiplicados e somados uns com os outros (assim como matrizes). E assim como matrizes, suponha que o produto de somas seja distributivo. Imagine também, que sempre que multiplicamos uma sequência desses símbolos, com algum se repetindo no produto, então o resultado é 0. Por exemplo,

$$A_5 A_3 A_2 A_5 A_1 = 0,$$

pois o símbolo A_5 aparece duas vezes. Então, na hora de aplicarmos a distributividade em

$$(A_1 + \cdots + A_n)^n,$$

podemos excluir os elementos de $\{1, \ldots, n\}^n$ que não sejam permutações.

Com tudo isso em mente, usando permutações $\sigma \in P_n$, escreva

$$(A_1 + \cdots + A_n)^n = \sum_{\boxed{}} \boxed{}.$$

Exercício 3. Considere o conjunto de símbolos

$$\mathscr{F} = \{A_1, \ldots, A_6\}.$$

Suponha que a função

$$B : \mathscr{F}^6 \to \mathbb{R}$$

seja tal que, toda vez que permutamos a posição de dois argumentos, "o sinal muda". Por exemplo,

$$B(A_3, A_4, A_6, A_2, A_1, A_5) = -B(A_3, A_1, A_6, A_2, A_4, A_5).$$

Complete as lacunas a seguir com os sinais $+$ ou $-$.

$$B(A_3, A_4, A_6, A_2, A_1, A_5) = \boxed{} B(A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6)$$
$$B(A_2, A_3, A_1, A_5, A_6, A_4) = \boxed{} B(A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6)$$
$$B(A_2, A_5, A_1, A_6, A_4, A_3) = \boxed{} B(A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6)$$
$$B(A_3, A_4, A_6, A_2, A_1, A_5) = \boxed{} B(A_2, A_5, A_1, A_6, A_4, A_3)$$

Exercício 4. Nas condições do exercício 3, explique o que acontece quando o mesmo símbolo aparece em duas posições no argumento de B? Por exemplo, quando vale

$$B(A_1, A_3, A_1, A_2, A_4, A_5)?$$