Universidade de Brasília
Departamento de Matemática

Introdução a Álgebra Linear – Turma ___
Prova 1 – 2º/2019

Nome: **Matrícula:** (1)
Assinatura:

> **Atenção:** quando tratamos da matriz de uma transformação linear ou vice-versa, estamos considerando *vetores coluna* sendo multiplicados à direita da matriz.

Questão 1 **(0,5 ponto):** Considere as permutações $f = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 4 & 1 \end{smallmatrix}\right)$, $g = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{smallmatrix}\right)$ e $h = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 2 & 1 \end{smallmatrix}\right)$. Então,

$$(f \circ g \circ h)(1) = \boxed{}$$
$$(h \circ g \circ f)(2) = \boxed{}$$

Questão 2 **(1,0 ponto):** Escreva as permutações $\sigma = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 3 & 4 & 2 & 1 \end{smallmatrix}\right)$ e $\gamma = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 2 & 5 & 6 & 1 \end{smallmatrix}\right)$ como um produto de transposições. Lembre-se que no produto de transposições, assim como fazemos com qualquer função, primeiro fazemos a transposição mais à direita.

$$\sigma = \boxed{}$$
$$\gamma = \boxed{}$$

Questão 3 **(0,5 ponto – penalização 0,1):** Considere o conjunto de símbolos

$$\mathscr{F} = \{A_1, \ldots, A_6\}.$$

Suponha que a função

$$B : \mathscr{F}^6 \to \mathbb{R}$$

seja tal que, toda vez que permutamos a posição de dois argumentos, "o sinal muda". Por exemplo,

$$B(A_3, A_4, A_6, A_2, A_1, A_5) = -B(A_3, A_1, A_6, A_2, A_4, A_5).$$

Complete a lacuna a seguir com o sinal $+$ ou $-$.

$$B(A_2, A_3, A_6, A_5, A_1, A_4) = \boxed{} B(A_3, A_6, A_1, A_5, A_4, A_2)$$
$$B(A_6, A_4, A_3, A_2, A_1, A_5) = \boxed{} B(A_2, A_4, A_6, A_1, A_3, A_5)$$
$$B(A_2, A_3, A_6, A_5, A_1, A_4) = \boxed{} B(A_2, A_4, A_6, A_1, A_3, A_5)$$
$$B(A_3, A_6, A_1, A_5, A_4, A_2) = \boxed{} B(A_6, A_4, A_3, A_2, A_1, A_5)$$
$$B(A_6, A_4, A_3, A_2, A_1, A_5) = \boxed{} B(A_2, A_3, A_6, A_5, A_1, A_4)$$

Questão 4 (1,0 ponto)**:** Aplicando a distributividade em

$$\prod_{j=1}^{9}\left(a_{j1}+\cdots+a_{j5}\right),$$

obtemos:

(a) $\sum_{j=1}^{9} a_{1j}\cdots a_{5j}$ (b) $\sum_{\lambda\in[9]^5} a_{\lambda_1}\cdots a_{\lambda_5}$ (c) $\sum_{j=1}^{9} a_{j1}\cdots a_{j5}$ (d) $\sum_{\lambda\in[5]^9} a_{\lambda_1}\cdots a_{\lambda_9}$ (e) $\sum_{j=1}^{5} a_{j1}\cdots a_{j9}$

(f) $\sum_{\lambda\in[5]^9} a_{\lambda_1 1}\cdots a_{\lambda_9 9}$ (g) $\sum_{\lambda\in[9]^5} a_{\lambda_1}\cdots a_{\lambda_9}$ (h) $\sum_{\lambda\in[5]^9} a_{1\lambda_1}\cdots a_{9\lambda_9}$ (i) $\sum_{j=1}^{5} a_{1j}\cdots a_{9j}$ (j) NDA

Questão 5 (1,0 ponto)**:** Escreva os vetores abaixo como combinação linear de

$$\vec{a}=(2,1,5)\,,\quad \vec{b}=(1,-2,0)\quad \text{e}\quad \vec{c}=(-10,-5,5)\,.$$

Dica: $\vec{e}_1=\frac{1}{15}\vec{a}+\frac{1}{5}\vec{b}+\frac{-1}{15}\vec{c}$, $\vec{e}_2=\frac{1}{30}\vec{a}+\frac{-2}{5}\vec{b}+\frac{-1}{30}\vec{c}$ e $\vec{e}_3=\frac{1}{6}\vec{a}+\frac{0}{1}\vec{b}+\frac{1}{30}\vec{c}$.

(a) $(0,1,3)=\boxed{}\,\vec{a}+\boxed{}\,\vec{b}+\boxed{}\,\vec{c}$ (b) $(-2,2,3)=\boxed{}\,\vec{a}+\boxed{}\,\vec{b}+\boxed{}\,\vec{c}$

Questão 6 (1,0 ponto)**:** Sabendo que $(2,9)$ e $(-3,2)$ são as respectivas soluções de

$$\begin{cases} ax+by=2\\ cx+dy=3\end{cases}\quad \text{e}\quad \begin{cases} ax+by=-2\\ cx+dy=3\end{cases}$$

Então, a solução de

$$\begin{cases} ax+by=-8\\ cx+dy=0\end{cases}$$

é $\boxed{}$.

Dica: escreva $(-8,0)$ como combinação linear de $(2,3)$ e $(-2,3)$.

Questão 7 (1,0 ponto)**:**

O resultado do produto

$$\begin{bmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}f&a&0\\g&b&0\\h&c&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&0&0\\5&0&0\\0&5&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&0&1\\3&1&0\\0&0&2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&9&0\\0&0&7\\8&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&4&0\\6&0&6\\5&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2&3&0\\0&0&1\\3&2&0\end{bmatrix}$$

é

(a) $108\begin{bmatrix}0&f&0\\0&g&0\\0&h&0\end{bmatrix}$ (b) $32\begin{bmatrix}0&a&0\\0&b&0\\0&c&0\end{bmatrix}$ (c) $32\begin{bmatrix}0&0&c\\0&0&b\\0&0&a\end{bmatrix}$ (d) $108\begin{bmatrix}0&0&c\\0&0&b\\0&0&a\end{bmatrix}$ (e) $54\begin{bmatrix}0&f&0\\0&g&0\\0&h&0\end{bmatrix}$

(f) $108\begin{bmatrix}0&0&a\\0&0&b\\0&0&c\end{bmatrix}$ (g) $32\begin{bmatrix}0&0&a\\0&0&b\\0&0&c\end{bmatrix}$ (h) $\begin{bmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{bmatrix}$ (i) $54\begin{bmatrix}0&c&0\\0&b&0\\0&a&0\end{bmatrix}$ (j) $54\begin{bmatrix}0&a&0\\0&b&0\\0&c&0\end{bmatrix}$

(k) $108\begin{bmatrix}0&c&0\\0&b&0\\0&a&0\end{bmatrix}$ (l) NDA

Nome: **Matrícula:**
Assinatura:

Questão 8 (1,0 ponto – penalização 0,15): Julgue (V)erdadeiro ou (F)also.

(a) (   ) $S = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \,\middle|\, 3x + 4z - 7 = 0\right\}$

(b) (   ) $S = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \,\middle|\, z^2 + y = 0\right\}$

(c) (   ) $S = \left\{(z, x, 0) \,\middle|\, (x, y, z) \in \mathbb{R}^3,\ y + x = 5x\right\}$

(d) (   ) $S = \left\{(2x + y, y + z, x + y + z) \,\middle|\, (x, y, z) \in \mathbb{R}^3,\ 3x + 4z + 7 = 7\right\}$

Questão 9 (0,5 ponto): Se M é uma matriz tal que

$$M\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1\\2\\3\\4\\5\end{bmatrix}, \quad M\begin{bmatrix}1\\0\\1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}6\\7\\8\\9\\7\end{bmatrix} \quad \text{e} \quad M\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}8\\8\\8\\8\\8\end{bmatrix}.$$

Então,

$$M = \begin{bmatrix} & & 1\\ & & 2\\ & & 3\\ & & 4\\ & & 5\end{bmatrix}.$$

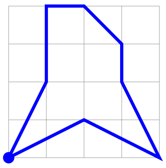
Questão 10 (0,5 ponto): Se M é uma matriz tal que

$$M^{-1}\begin{bmatrix}1\\2\\5\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}, \quad M^{-1}\begin{bmatrix}2\\-1\\0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix} \quad \text{e} \quad M^{-1}\begin{bmatrix}1\\2\\-1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix}.$$

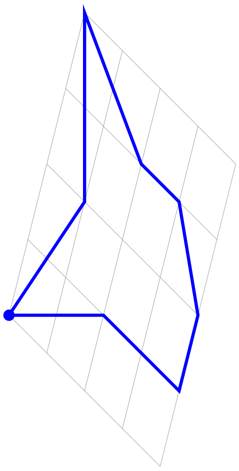
Então,

$$M = \begin{bmatrix}1 & & \\ 2 & & \\ 5 & & \end{bmatrix}.$$

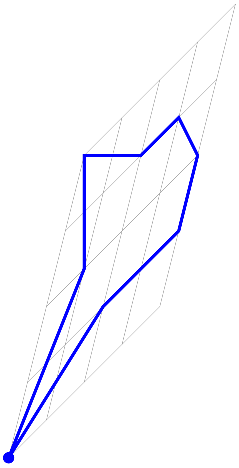
Questão 11 (1,0 ponto)**:** Se aplicarmos ao desenho



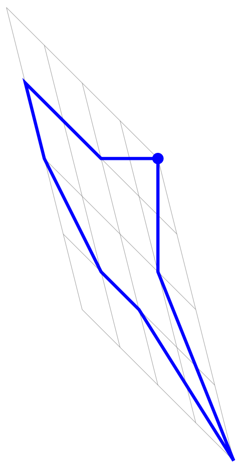
as transformação representada pela matriz $\begin{bmatrix} 0.5 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$, obtemos o seguinte desenho.



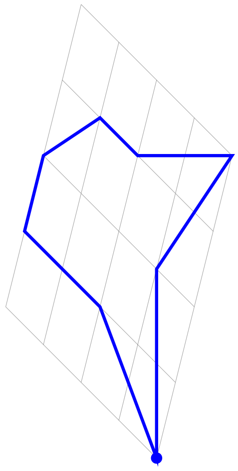
(a)



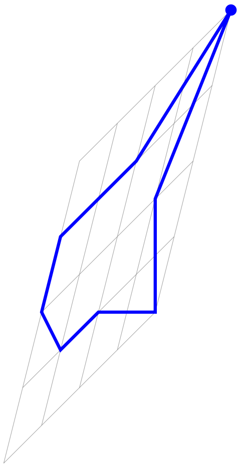
(b)



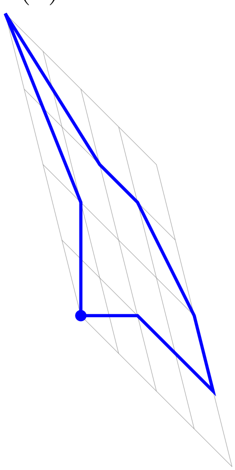
(c)



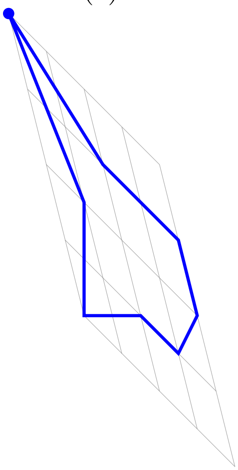
(d)



(e)



(f)



(g)

(h) NDA

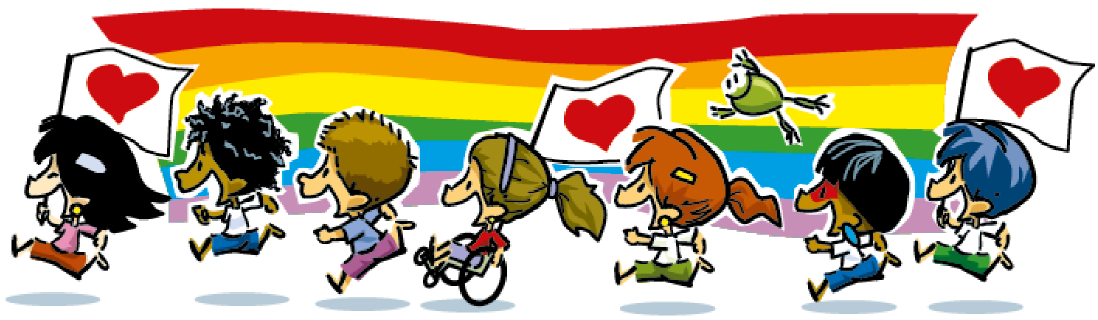
Questão 12 (1,0 ponto – penalização 0,15)**:** Julgue (V)erdadeiro ou (F)also.

(a) ( ) Os vetores $(1, 2, 3)$ e $(1, 1, 1)$ geram $\mathbb{R}^3$.

(b) ( ) Se os vetores $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ e $\vec{v}_3$ geram V, então, qualquer que seja $\vec{v}_4 \in V$, os vetores $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$, $\vec{v}_3$ e $\vec{v}_4$ também são geradores de V.

(c) ( ) Os vetores $(1, 2, 3)$ e $(1, 1, 1)$ são linearmente independentes.

(d) ( ) Os vetores $(1, 2, 3)$, $(4, 5, 6)$ e $(3, 3, 3)$ formam uma base de $\mathbb{R}^3$.



Universidade de Brasília
Departamento de Matemática

Introdução a Álgebra Linear – Turma ___
Prova 1 – 2º/2019

Nome: **Matrícula:** (2)
Assinatura:

Atenção: quando tratamos da matriz de uma transformação linear ou vice-versa, estamos considerando *vetores coluna* sendo multiplicados à direita da matriz.

Questão 1 (0,5 ponto): Considere as permutações $f = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{smallmatrix}\right)$, $g = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{smallmatrix}\right)$ e $h = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 2 & 1 \end{smallmatrix}\right)$. Então,

$$(f \circ g \circ h)(2) = \boxed{}$$

$$(h \circ g \circ f)(3) = \boxed{}$$

Questão 2 (1,0 ponto): Escreva as permutações $\sigma = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 4 & 5 & 1 \end{smallmatrix}\right)$ e $\gamma = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 2 & 5 & 6 & 1 \end{smallmatrix}\right)$ como um produto de transposições. Lembre-se que no produto de transposições, assim como fazemos com qualquer função, primeiro fazemos a transposição mais à direita.

$$\sigma = \boxed{}$$

$$\gamma = \boxed{}$$

Questão 3 (0,5 ponto – penalização 0,1): Considere o conjunto de símbolos

$$\mathscr{F} = \{A_1, \dots, A_6\}.$$

Suponha que a função

$$B : \mathscr{F}^6 \to \mathbb{R}$$

seja tal que, toda vez que permutamos a posição de dois argumentos, "o sinal muda". Por exemplo,

$$B(A_3, A_4, A_6, A_2, A_1, A_5) = -B(A_3, A_1, A_6, A_2, A_4, A_5).$$

Complete a lacuna a seguir com o sinal $+$ ou $-$.

$$B(A_2, A_3, A_5, A_6, A_1, A_4) = \boxed{} B(A_3, A_1, A_6, A_5, A_4, A_2)$$

$$B(A_6, A_3, A_4, A_1, A_2, A_5) = \boxed{} B(A_2, A_4, A_6, A_1, A_3, A_5)$$

$$B(A_2, A_3, A_5, A_6, A_1, A_4) = \boxed{} B(A_2, A_4, A_6, A_1, A_3, A_5)$$

$$B(A_3, A_1, A_6, A_5, A_4, A_2) = \boxed{} B(A_6, A_3, A_4, A_1, A_2, A_5)$$

$$B(A_6, A_3, A_4, A_1, A_2, A_5) = \boxed{} B(A_2, A_3, A_5, A_6, A_1, A_4)$$

Questão 4 **(1,0 ponto):** Aplicando a distributividade em

$$\prod_{j=1}^{7}(a_{1j}+\cdots+a_{6j}),$$

obtemos:

(a) $\sum_{\lambda\in[6]^7} a_{\lambda_1 1}\cdots a_{\lambda_7 7}$ (b) $\sum_{j=1}^{7} a_{j1}\cdots a_{j6}$ (c) $\sum_{\lambda\in[6]^7} a_{1\lambda_1}\cdots a_{7\lambda_7}$ (d) $\sum_{j=1}^{7} a_{1j}\cdots a_{6j}$ (e) $\sum_{j=1}^{6} a_{1j}\cdots a_{7j}$

(f) $\sum_{\lambda\in[7]^6} a_{\lambda_1}\cdots a_{\lambda_6}$ (g) $\sum_{\lambda\in[6]^7} a_{\lambda_1}\cdots a_{\lambda_7}$ (h) $\sum_{\lambda\in[7]^6} a_{\lambda_1}\cdots a_{\lambda_7}$ (i) $\sum_{j=1}^{6} a_{j1}\cdots a_{j7}$ (j) NDA

Questão 5 **(1,0 ponto):** Escreva os vetores abaixo como combinação linear de

$$\vec{a}=(2,1,5),\quad \vec{b}=(1,-2,0)\quad \text{e}\quad \vec{c}=(-10,-5,5).$$

Dica: $\vec{e}_1=\frac{1}{15}\vec{a}+\frac{1}{5}\vec{b}+\frac{-1}{15}\vec{c}$, $\vec{e}_2=\frac{1}{30}\vec{a}+\frac{-2}{5}\vec{b}+\frac{-1}{30}\vec{c}$ e $\vec{e}_3=\frac{1}{6}\vec{a}+\frac{0}{1}\vec{b}+\frac{1}{30}\vec{c}$.

(a) $(0,1,3)=\boxed{}\,\vec{a}+\boxed{}\,\vec{b}+\boxed{}\,\vec{c}$ (b) $(2,1,3)=\boxed{}\,\vec{a}+\boxed{}\,\vec{b}+\boxed{}\,\vec{c}$

Questão 6 **(1,0 ponto):** Sabendo que $(2,9)$ e $(-3,2)$ são as respectivas soluções de

$$\begin{cases}ax+by=2\\ cx+dy=3\end{cases}\quad \text{e}\quad \begin{cases}ax+by=1\\ cx+dy=-2\end{cases}$$

Então, a solução de

$$\begin{cases}ax+by=-1\\ cx+dy=-19\end{cases}$$

é $\boxed{}$.

Dica: escreva $(-1,-19)$ como combinação linear de $(2,3)$ e $(1,-2)$.

Questão 7 **(1,0 ponto):**

O resultado do produto

$$\begin{bmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a&x&0\\b&y&0\\c&z&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&0&0\\5&0&0\\0&5&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&0&1\\3&1&0\\0&0&2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&8&0\\0&0&9\\7&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&5&0\\6&0&6\\4&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2&0&3\\0&1&0\\3&0&2\end{bmatrix}$$

é

(a) $35\begin{bmatrix}0&y&0\\0&x&0\\0&z&0\end{bmatrix}$ (b) $48\begin{bmatrix}0&a&0\\0&b&0\\0&c&0\end{bmatrix}$ (c) $35\begin{bmatrix}0&0&x\\0&0&y\\0&0&z\end{bmatrix}$ (d) $96\begin{bmatrix}0&a&0\\0&b&0\\0&c&0\end{bmatrix}$ (e) $48\begin{bmatrix}0&x&0\\0&y&0\\0&z&0\end{bmatrix}$

(f) $96\begin{bmatrix}0&y&0\\0&x&0\\0&z&0\end{bmatrix}$ (g) $35\begin{bmatrix}0&x&0\\0&y&0\\0&z&0\end{bmatrix}$ (h) $\begin{bmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{bmatrix}$ (i) $96\begin{bmatrix}0&0&y\\0&0&x\\0&0&z\end{bmatrix}$ (j) $96\begin{bmatrix}0&0&x\\0&0&y\\0&0&z\end{bmatrix}$

(k) $48\begin{bmatrix}0&0&y\\0&0&x\\0&0&z\end{bmatrix}$ (l) NDA

Nome: **Matrícula:**
Assinatura:

Questão 8 **(1,0 ponto – penalização 0,15):** Julgue (V)erdadeiro ou (F)also.

(a) (   ) $S = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \;\middle|\; y + x = 5x\right\}$

(b) (   ) $S = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \;\middle|\; z^2 + y = 0\right\}$

(c) (   ) $S = \left\{(z, x, 1) \;\middle|\; (x, y, z) \in \mathbb{R}^3,\ -x + 3z + 5 = 5\right\}$

(d) (   ) $S = \left\{(2x + y, y + z, x + y + z) \;\middle|\; (x, y, z) \in \mathbb{R}^3,\ 3x + 4z - 5x + 4y + 7 = 7\right\}$

Questão 9 **(0,5 ponto):** Se M é uma matriz tal que

$$M \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}, \quad M \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 3 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad M \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 6 \\ 6 \\ 6 \\ 6 \end{bmatrix}.$$

Então,

$$M = \begin{bmatrix} & & 1 \\ & & 2 \\ & & 3 \\ & & 4 \\ & & 5 \end{bmatrix}.$$

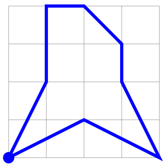
Questão 10 **(0,5 ponto):** Se M é uma matriz tal que

$$M^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad M^{-1} \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad M^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

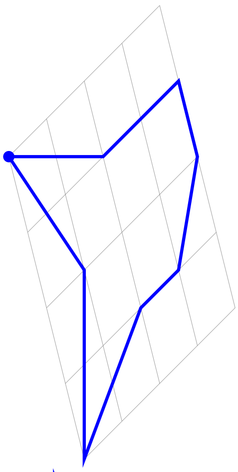
Então,

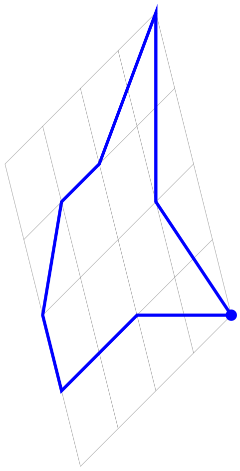
$$M = \begin{bmatrix} 1 & & \\ 2 & & \\ 5 & & \end{bmatrix}.$$

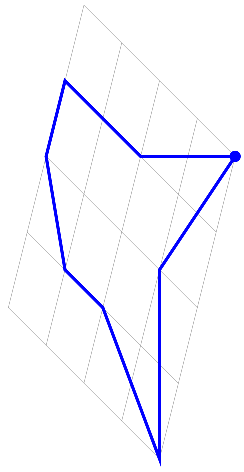
Questão 11 (1,0 ponto)**:** Se aplicarmos ao desenho

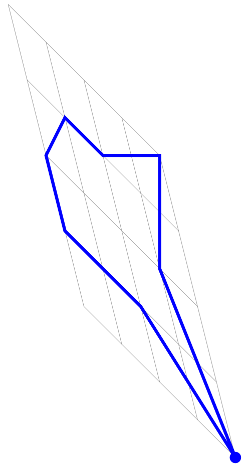


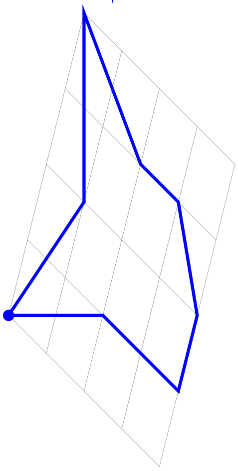
as transformação representada pela matriz $\begin{bmatrix} 0.5 & -1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$, obtemos o seguinte desenho.

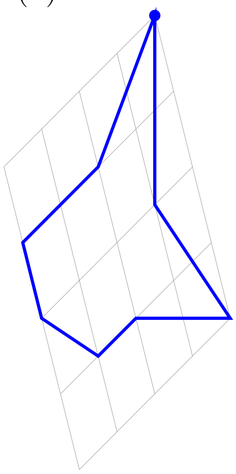

(a)

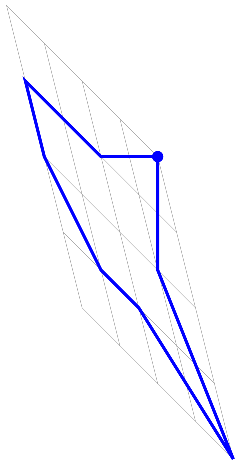

(b)


(c)


(d)


(e)


(f)


(g)

(h) NDA

Questão 12 (1,0 ponto – penalização 0,15)**:** Julgue (V)erdadeiro ou (F)also.

(a) (   ) Os vetores $(1, 2, 3)$ e $(1, 1, 1)$ geram $\mathbb{R}^3$.

(b) (   ) Se os vetores $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ e $\vec{v}_3$ geram V, então, qualquer que seja $\vec{v}_4 \in V$, os vetores $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$, $\vec{v}_3$ e $\vec{v}_4$ também são geradores de V.

(c) (   ) Os vetores $(1, 2, 3)$ e $(1, 1, 1)$ são linearmente independentes.

(d) (   ) Os vetores $(1, 2, 3)$, $(4, 5, 6)$ e $(3, 3, 3)$ formam uma base de $\mathbb{R}^3$.

Universidade de Brasília
Departamento de Matemática

Introdução a Álgebra Linear – Turma ___
Prova 1 – 2º/2019

Nome: **Matrícula:** (3)
Assinatura:

> **Atenção:** quando tratamos da matriz de uma transformação linear ou vice-versa, estamos considerando *vetores coluna* sendo multiplicados à direita da matriz.

Questão 1 **(0,5 ponto):** Considere as permutações $f = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{smallmatrix}\right)$, $g = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{smallmatrix}\right)$ e $h = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{smallmatrix}\right)$. Então,

$$(f \circ g \circ h)(2) = \boxed{}$$

$$(h \circ g \circ f)(3) = \boxed{}$$

Questão 2 **(1,0 ponto):** Escreva as permutações $\sigma = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 3 & 4 & 2 & 1 \end{smallmatrix}\right)$ e $\gamma = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 2 & 4 & 1 & 3 \end{smallmatrix}\right)$ como um produto de transposições. Lembre-se que no produto de transposições, assim como fazemos com qualquer função, primeiro fazemos a transposição mais à direita.

$$\sigma = \boxed{}$$

$$\gamma = \boxed{}$$

Questão 3 **(0,5 ponto – penalização 0,1):** Considere o conjunto de símbolos

$$\mathscr{F} = \{A_1, \ldots, A_6\}.$$

Suponha que a função

$$B : \mathscr{F}^6 \to \mathbb{R}$$

seja tal que, toda vez que permutamos a posição de dois argumentos, "o sinal muda". Por exemplo,

$$B(A_3, A_4, A_6, A_2, A_1, A_5) = -B(A_3, A_1, A_6, A_2, A_4, A_5).$$

Complete a lacuna a seguir com o sinal + ou −.

$$B(A_3, A_2, A_6, A_5, A_1, A_4) = \boxed{} B(A_3, A_1, A_6, A_5, A_4, A_2)$$

$$B(A_6, A_4, A_3, A_2, A_1, A_5) = \boxed{} B(A_2, A_4, A_6, A_1, A_3, A_5)$$

$$B(A_3, A_2, A_6, A_5, A_1, A_4) = \boxed{} B(A_2, A_4, A_6, A_1, A_3, A_5)$$

$$B(A_3, A_1, A_6, A_5, A_4, A_2) = \boxed{} B(A_6, A_4, A_3, A_2, A_1, A_5)$$

$$B(A_6, A_4, A_3, A_2, A_1, A_5) = \boxed{} B(A_3, A_2, A_6, A_5, A_1, A_4)$$

Questão 4 (1,0 ponto): Aplicando a distributividade em

$$(a_1 + \cdots + a_6)^8 ,$$

obtemos:

(a) $\sum_{\lambda \in [6]^8} a_{\lambda_1} \cdots a_{\lambda_8}$ (b) $\sum_{\lambda \in [8]^6} a_{\lambda_1} \cdots a_{\lambda_8}$ (c) $\sum_{j=1}^{8} a_{j1} \cdots a_{j6}$ (d) $\sum_{\lambda \in [6]^8} a_{1\lambda_1} \cdots a_{8\lambda_8}$ (e) $\sum_{\lambda \in [8]^6} a_{\lambda_1} \cdots a_{\lambda_6}$

(f) $\sum_{j=1}^{6} a_{j1} \cdots a_{j8}$ (g) $\sum_{j=1}^{8} a_{1j} \cdots a_{6j}$ (h) $\sum_{j=1}^{6} a_{1j} \cdots a_{8j}$ (i) $\sum_{\lambda \in [6]^8} a_{\lambda_1 1} \cdots a_{\lambda_8 8}$ (j) NDA

Questão 5 (1,0 ponto): Escreva os vetores abaixo como combinação linear de

$$\vec{a} = (-2, 1, 4)\,, \quad \vec{b} = (1, 2, 0) \quad \text{e} \quad \vec{c} = (8, -4, 5)\,.$$

Dica: $\vec{e}_1 = \frac{-2}{21}\vec{a} + \frac{1}{5}\vec{b} + \frac{8}{105}\vec{c}$, $\quad \vec{e}_2 = \frac{1}{21}\vec{a} + \frac{2}{5}\vec{b} + \frac{-4}{105}\vec{c}$ $\quad$ e $\quad \vec{e}_3 = \frac{4}{21}\vec{a} + \frac{0}{1}\vec{b} + \frac{1}{21}\vec{c}$.

(a) $(0, 1, 3) = \boxed{}\,\vec{a} + \boxed{}\,\vec{b} + \boxed{}\,\vec{c}$ (b) $(-2, 2, 3) = \boxed{}\,\vec{a} + \boxed{}\,\vec{b} + \boxed{}\,\vec{c}$

Questão 6 (1,0 ponto): Sabendo que $(2, 7)$ e $(-1, 3)$ são as respectivas soluções de

$$\begin{cases} ax + by = 2 \\ cx + dy = 3 \end{cases} \quad \text{e} \quad \begin{cases} ax + by = -1 \\ cx + dy = 2 \end{cases}$$

Então, a solução de

$$\begin{cases} ax + by = -4 \\ cx + dy = 1 \end{cases}$$

$$\text{é } \boxed{}\,.$$

Dica: escreva $(-4, 1)$ como combinação linear de $(2, 3)$ e $(-1, 2)$.

Questão 7 (1,0 ponto):

O resultado do produto

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & f & 0 \\ y & g & 0 \\ z & h & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \\ 7 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 5 & 0 \\ 6 & 0 & 6 \\ 4 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

é

(a) $162 \begin{bmatrix} 0 & f & 0 \\ 0 & h & 0 \\ 0 & g & 0 \end{bmatrix}$ (b) $108 \begin{bmatrix} 0 & f & 0 \\ 0 & g & 0 \\ 0 & h & 0 \end{bmatrix}$ (c) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ (d) $162 \begin{bmatrix} 0 & 0 & f \\ 0 & 0 & h \\ 0 & 0 & g \end{bmatrix}$ (e) $162 \begin{bmatrix} 0 & 0 & f \\ 0 & 0 & g \\ 0 & 0 & h \end{bmatrix}$

(f) $162 \begin{bmatrix} 0 & x & 0 \\ 0 & y & 0 \\ 0 & z & 0 \end{bmatrix}$ (g) $108 \begin{bmatrix} 0 & 0 & f \\ 0 & 0 & h \\ 0 & 0 & g \end{bmatrix}$ (h) $70 \begin{bmatrix} 0 & f & 0 \\ 0 & g & 0 \\ 0 & h & 0 \end{bmatrix}$ (i) $70 \begin{bmatrix} 0 & 0 & f \\ 0 & 0 & g \\ 0 & 0 & h \end{bmatrix}$ (j) $70 \begin{bmatrix} 0 & f & 0 \\ 0 & h & 0 \\ 0 & g & 0 \end{bmatrix}$

(k) $108 \begin{bmatrix} 0 & x & 0 \\ 0 & y & 0 \\ 0 & z & 0 \end{bmatrix}$ (l) NDA

Nome: **Matrícula:**
Assinatura:

Questão 8 **(1,0 ponto – penalização 0,15)**: Julgue (V)erdadeiro ou (F)also.

(a) (   ) $S = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \,\middle|\, -x + 3z + 5y = 5\right\}$

(b) (   ) $S = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \,\middle|\, x^2 + y^3 = 0\right\}$

(c) (   ) $S = \left\{(z,x,1) \,\middle|\, (x,y,z) \in \mathbb{R}^3,\ -x + 3z + 5 = 5\right\}$

(d) (   ) $S = \left\{(2x+y+1, y+z+2, x+y+z) \,\middle|\, (x,y,z) \in \mathbb{R}^3,\ 3x + 4z + 7 = 7\right\}$

Questão 9 **(0,5 ponto)**: Se M é uma matriz tal que

$$M\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1\\2\\3\\4\\5\end{bmatrix}, \quad M\begin{bmatrix}1\\0\\1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}6\\7\\8\\9\\9\end{bmatrix} \quad \text{e} \quad M\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}8\\8\\8\\8\\8\end{bmatrix}.$$

Então,

$$M = \begin{bmatrix} & & 1 \\ & & 2 \\ & & 3 \\ & & 4 \\ & & 5 \end{bmatrix}.$$

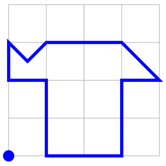
Questão 10 **(0,5 ponto)**: Se M é uma matriz tal que

$$M^{-1}\begin{bmatrix}1\\2\\5\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}, \quad M^{-1}\begin{bmatrix}2\\-1\\0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix} \quad \text{e} \quad M^{-1}\begin{bmatrix}1\\2\\-1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix}.$$

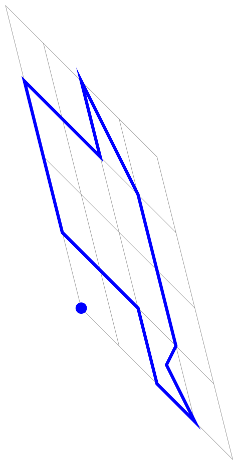
Então,

$$M = \begin{bmatrix} 1 & & \\ 2 & & \\ 5 & & \end{bmatrix}.$$

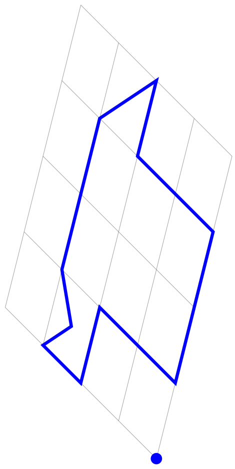
Questão 11 (1,0 ponto): Se aplicarmos ao desenho



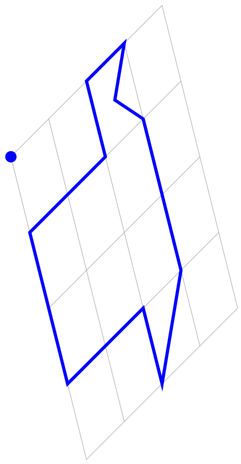
as transformação representada pela matriz $\begin{bmatrix} -0.5 & -1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$, obtemos o seguinte desenho.



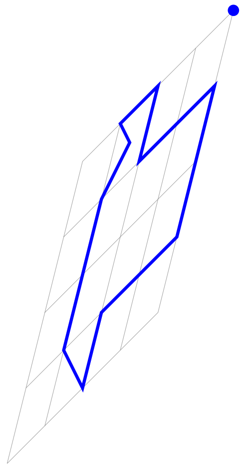
(a)



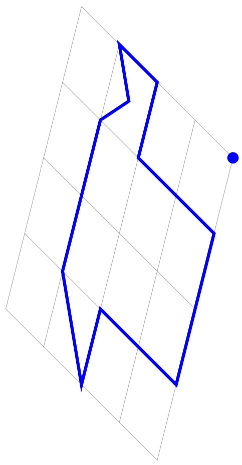
(b)



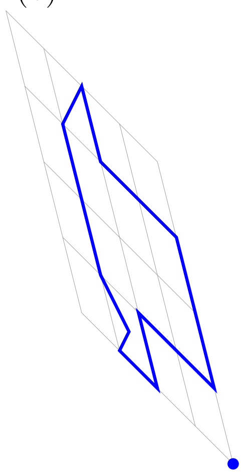
(c)



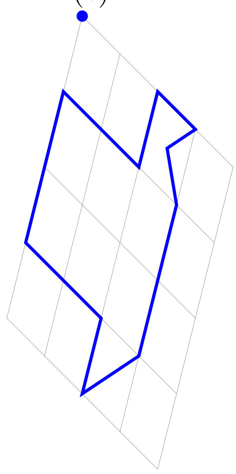
(d)



(e)



(f)



(g)

(h) NDA

Questão 12 (1,0 ponto – penalização 0,15): Julgue (V)erdadeiro ou (F)also.

(a) ( ) Os vetores $(1, 2, 3)$ e $(1, 1, 1)$ geram $\mathbb{R}^3$.

(b) ( ) Se os vetores $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ e $\vec{v}_3$ geram V, então, qualquer que seja $\vec{v}_4 \in V$, os vetores $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$, $\vec{v}_3$ e $\vec{v}_4$ também são geradores de V.

(c) ( ) Os vetores $(1, 2, 3)$ e $(1, 1, 1)$ são linearmente independentes.

(d) ( ) Os vetores $(1, 2, 3)$, $(4, 5, 6)$ e $(3, 3, 3)$ formam uma base de $\mathbb{R}^3$.

Introdução a Álgebra Linear – Turma ___
Prova 1 – 2º/2019

Nome: **Matrícula:** (4)
Assinatura:

Atenção: quando tratamos da matriz de uma transformação linear ou vice-versa, estamos considerando *vetores coluna* sendo multiplicados à direita da matriz.

Questão 1 (0,5 ponto): Considere as permutações $f = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{smallmatrix}\right)$, $g = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \end{smallmatrix}\right)$ e $h = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 1 & 4 \end{smallmatrix}\right)$. Então,

$$(f \circ g \circ h)(2) = \boxed{}$$

$$(h \circ g \circ f)(1) = \boxed{}$$

Questão 2 (1,0 ponto): Escreva as permutações $\sigma = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 4 & 5 & 1 \end{smallmatrix}\right)$ e $\gamma = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 2 & 4 & 1 & 3 \end{smallmatrix}\right)$ como um produto de transposições. Lembre-se que no produto de transposições, assim como fazemos com qualquer função, primeiro fazemos a transposição mais à direita.

$$\sigma = \boxed{}$$

$$\gamma = \boxed{}$$

Questão 3 (0,5 ponto – penalização 0,1): Considere o conjunto de símbolos

$$\mathscr{F} = \{A_1, \ldots, A_6\}.$$

Suponha que a função

$$B : \mathscr{F}^6 \to \mathbb{R}$$

seja tal que, toda vez que permutamos a posição de dois argumentos, "o sinal muda". Por exemplo,

$$B(A_3, A_4, A_6, A_2, A_1, A_5) = -B(A_3, A_1, A_6, A_2, A_4, A_5).$$

Complete a lacuna a seguir com o sinal $+$ ou $-$.

$$B(A_2, A_3, A_5, A_6, A_1, A_4) = \boxed{} B(A_3, A_1, A_6, A_5, A_4, A_2)$$

$$B(A_6, A_3, A_4, A_1, A_2, A_5) = \boxed{} B(A_2, A_4, A_6, A_1, A_3, A_5)$$

$$B(A_2, A_3, A_5, A_6, A_1, A_4) = \boxed{} B(A_2, A_4, A_6, A_1, A_3, A_5)$$

$$B(A_3, A_1, A_6, A_5, A_4, A_2) = \boxed{} B(A_6, A_3, A_4, A_1, A_2, A_5)$$

$$B(A_6, A_3, A_4, A_1, A_2, A_5) = \boxed{} B(A_2, A_3, A_5, A_6, A_1, A_4)$$

Questão 4 (1,0 ponto): Aplicando a distributividade em

$$(a_1 + \cdots + a_5)^9\,,$$

obtemos:

(a) $\sum_{j=1}^{9} a_{j1} \cdots a_{j5}$ (b) $\sum_{\lambda \in [9]^5} a_{\lambda_1} \cdots a_{\lambda_9}$ (c) $\sum_{j=1}^{5} a_{1j} \cdots a_{9j}$ (d) $\sum_{j=1}^{9} a_{1j} \cdots a_{5j}$ (e) $\sum_{j=1}^{5} a_{j1} \cdots a_{j9}$
(f) $\sum_{\lambda \in [5]^9} a_{1\lambda_1} \cdots a_{9\lambda_9}$ (g) $\sum_{\lambda \in [5]^9} a_{\lambda_1 1} \cdots a_{\lambda_9 9}$ (h) $\sum_{\lambda \in [9]^5} a_{\lambda_1} \cdots a_{\lambda_5}$ (i) $\sum_{\lambda \in [5]^9} a_{\lambda_1} \cdots a_{\lambda_9}$ (j) NDA

Questão 5 (1,0 ponto): Escreva os vetores abaixo como combinação linear de

$$\vec{a} = (2,1,5)\,, \quad \vec{b} = (1,-2,0) \quad \text{e} \quad \vec{c} = (-10,-5,5)\,.$$

Dica: $\vec{e}_1 = \frac{1}{15}\vec{a} + \frac{1}{5}\vec{b} + \frac{-1}{15}\vec{c}$, $\vec{e}_2 = \frac{1}{30}\vec{a} + \frac{-2}{5}\vec{b} + \frac{-1}{30}\vec{c}$ e $\vec{e}_3 = \frac{1}{6}\vec{a} + \frac{0}{1}\vec{b} + \frac{1}{30}\vec{c}$.

(a) $(3,0,1) = \boxed{}\,\vec{a} + \boxed{}\,\vec{b} + \boxed{}\,\vec{c}$ (b) $(3,2,1) = \boxed{}\,\vec{a} + \boxed{}\,\vec{b} + \boxed{}\,\vec{c}$

Questão 6 (1,0 ponto): Sabendo que $(2,7)$ e $(5,-2)$ são as respectivas soluções de

$$\begin{cases} ax + by = 3 \\ cx + dy = 2 \end{cases} \quad \text{e} \quad \begin{cases} ax + by = -2 \\ cx + dy = 3 \end{cases}$$

Então, a solução de

$$\begin{cases} ax + by = -13 \\ cx + dy = 13 \end{cases}$$

é $\boxed{}$.

Dica: escreva $(-13, 13)$ como combinação linear de $(3,2)$ e $(-2,3)$.

Questão 7 (1,0 ponto):

O resultado do produto

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & x & 0 \\ b & y & 0 \\ c & z & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \\ 7 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 6 & 0 \\ 5 & 0 & 5 \\ 4 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

é

(a) $135 \begin{bmatrix} 0 & 0 & z \\ 0 & 0 & y \\ 0 & 0 & x \end{bmatrix}$ (b) $42 \begin{bmatrix} 0 & z & 0 \\ 0 & y & 0 \\ 0 & x & 0 \end{bmatrix}$ (c) $45 \begin{bmatrix} 0 & 0 & z \\ 0 & 0 & y \\ 0 & 0 & x \end{bmatrix}$ (d) $45 \begin{bmatrix} 0 & x & 0 \\ 0 & y & 0 \\ 0 & z & 0 \end{bmatrix}$ (e) $135 \begin{bmatrix} 0 & a & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & c & 0 \end{bmatrix}$
(f) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ (g) $42 \begin{bmatrix} 0 & 0 & x \\ 0 & 0 & y \\ 0 & 0 & z \end{bmatrix}$ (h) $42 \begin{bmatrix} 0 & x & 0 \\ 0 & y & 0 \\ 0 & z & 0 \end{bmatrix}$ (i) $45 \begin{bmatrix} 0 & a & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & c & 0 \end{bmatrix}$ (j) $135 \begin{bmatrix} 0 & 0 & x \\ 0 & 0 & y \\ 0 & 0 & z \end{bmatrix}$
(k) $135 \begin{bmatrix} 0 & z & 0 \\ 0 & y & 0 \\ 0 & x & 0 \end{bmatrix}$ (l) NDA

Nome: **Matrícula:**
Assinatura:

Questão 8 **(1,0 ponto – penalização 0,15)**: Julgue (V)erdadeiro ou (F)also.

(a) ( ) $S = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \,\middle|\, -x + 3z + 5 = 5\right\}$

(b) ( ) $S = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \,\middle|\, x^2 + y^3 = 0\right\}$

(c) ( ) $S = \left\{(z, x, 0) \,\middle|\, (x, y, z) \in \mathbb{R}^3,\ 3x + 4z + 7 = 7\right\}$

(d) ( ) $S = \left\{(2x + y + 1, y + z + 2, x + y + z) \,\middle|\, (x, y, z) \in \mathbb{R}^3,\ -x + 3z + 5 = 5\right\}$

Questão 9 **(0,5 ponto)**: Se M é uma matriz tal que

$$M\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1\\2\\3\\4\\5\end{bmatrix}, \quad M\begin{bmatrix}1\\0\\1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}6\\7\\8\\9\\5\end{bmatrix} \quad \text{e} \quad M\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}8\\8\\8\\8\\8\end{bmatrix}.$$

Então,

$$M = \begin{bmatrix} & & 1\\ & & 2\\ & & 3\\ & & 4\\ & & 5\end{bmatrix}.$$

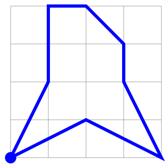
Questão 10 **(0,5 ponto)**: Se M é uma matriz tal que

$$M^{-1}\begin{bmatrix}1\\2\\5\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}, \quad M^{-1}\begin{bmatrix}2\\-1\\0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix} \quad \text{e} \quad M^{-1}\begin{bmatrix}1\\2\\-1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix}.$$

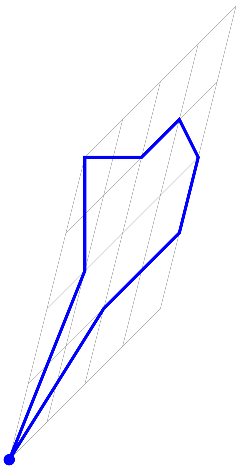
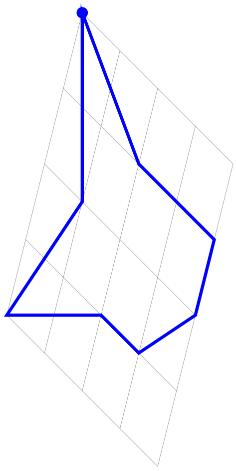
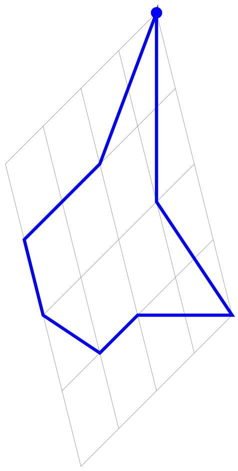
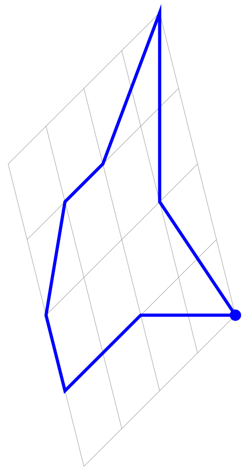
Então,

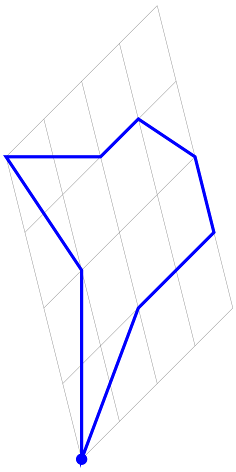
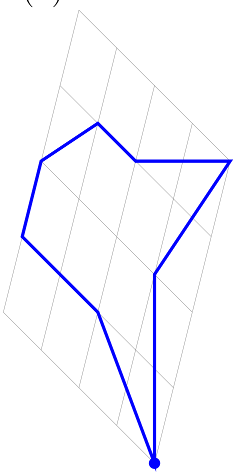
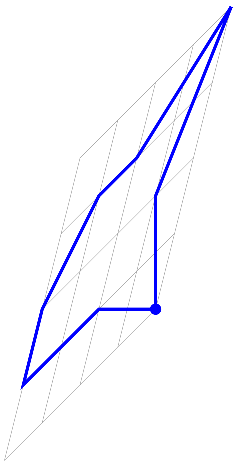
$$M = \begin{bmatrix}1 & & \\ 2 & & \\ 5 & & \end{bmatrix}.$$

Questão 11 (1,0 ponto): Se aplicarmos ao desenho



as transformação representada pela matriz $\begin{bmatrix} 0.5 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$, obtemos o seguinte desenho.

(a) 
(b) 
(c) 
(d) 

(e) 
(f) 
(g) 
(h) NDA

Questão 12 (1,0 ponto – penalização 0,15): Julgue (V)erdadeiro ou (F)also.

(a) ( ) Os vetores $(1, 2, 3)$ e $(1, 1, 1)$ geram $\mathbb{R}^3$.

(b) ( ) Se os vetores $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ e $\vec{v}_3$ geram V, então, qualquer que seja $\vec{v}_4 \in V$, os vetores $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$, $\vec{v}_3$ e $\vec{v}_4$ também são geradores de V.

(c) ( ) Os vetores $(1, 2, 3)$ e $(1, 1, 1)$ são linearmente independentes.

(d) ( ) Os vetores $(1, 2, 3)$, $(4, 5, 6)$ e $(3, 3, 3)$ formam uma base de $\mathbb{R}^3$.

Universidade de Brasília
Departamento de Matemática

Introdução a Álgebra Linear – Turma ___
Prova 1 – 2º/2019

Nome: **Matrícula:** (5)
Assinatura:

Atenção: quando tratamos da matriz de uma transformação linear ou vice-versa, estamos considerando *vetores coluna* sendo multiplicados à direita da matriz.

Questão 1 (0,5 ponto): Considere as permutações $f = \left(\begin{smallmatrix}1&2&3&4\\4&1&2&3\end{smallmatrix}\right)$, $g = \left(\begin{smallmatrix}1&2&3&4\\2&3&4&1\end{smallmatrix}\right)$ e $h = \left(\begin{smallmatrix}1&2&3&4\\3&4&2&1\end{smallmatrix}\right)$. Então,

$$(f \circ g \circ h)(1) = \boxed{}$$

$$(h \circ g \circ f)(3) = \boxed{}$$

Questão 2 (1,0 ponto): Escreva as permutações $\sigma = \left(\begin{smallmatrix}1&2&3&4&5\\5&3&4&2&1\end{smallmatrix}\right)$ e $\gamma = \left(\begin{smallmatrix}1&2&3&4&5&6\\5&6&2&4&1&3\end{smallmatrix}\right)$ como um produto de transposições. Lembre-se que no produto de transposições, assim como fazemos com qualquer função, primeiro fazemos a transposição mais à direita.

$$\sigma = \boxed{}$$

$$\gamma = \boxed{}$$

Questão 3 (0,5 ponto – penalização 0,1): Considere o conjunto de símbolos

$$\mathscr{F} = \{A_1, \ldots, A_6\}.$$

Suponha que a função

$$B : \mathscr{F}^6 \to \mathbb{R}$$

seja tal que, toda vez que permutamos a posição de dois argumentos, "o sinal muda". Por exemplo,

$$B(A_3, A_4, A_6, A_2, A_1, A_5) = -B(A_3, A_1, A_6, A_2, A_4, A_5).$$

Complete a lacuna a seguir com o sinal + ou −.

$$B(A_2, A_3, A_5, A_6, A_1, A_4) = \boxed{} B(A_3, A_1, A_5, A_4, A_6, A_2)$$

$$B(A_6, A_3, A_4, A_1, A_2, A_5) = \boxed{} B(A_2, A_4, A_6, A_1, A_3, A_5)$$

$$B(A_2, A_3, A_5, A_6, A_1, A_4) = \boxed{} B(A_2, A_4, A_6, A_1, A_3, A_5)$$

$$B(A_3, A_1, A_5, A_4, A_6, A_2) = \boxed{} B(A_6, A_3, A_4, A_1, A_2, A_5)$$

$$B(A_6, A_3, A_4, A_1, A_2, A_5) = \boxed{} B(A_2, A_3, A_5, A_6, A_1, A_4)$$

Questão 4 **(1,0 ponto):** Aplicando a distributividade em

$$\prod_{j=1}^{7} (a_{1j} + \cdots + a_{6j}) \, ,$$

obtemos:

(a) $\sum_{\lambda \in [7]^6} a_{\lambda_1} \cdots a_{\lambda_6}$ (b) $\sum_{j=1}^{7} a_{1j} \cdots a_{6j}$ (c) $\sum_{j=1}^{6} a_{j1} \cdots a_{j7}$ (d) $\sum_{j=1}^{7} a_{j1} \cdots a_{j6}$ (e) $\sum_{\lambda \in [7]^6} a_{\lambda_1} \cdots a_{\lambda_7}$

(f) $\sum_{j=1}^{6} a_{1j} \cdots a_{7j}$ (g) $\sum_{\lambda \in [6]^7} a_{\lambda_1} \cdots a_{\lambda_7}$ (h) $\sum_{\lambda \in [6]^7} a_{1\lambda_1} \cdots a_{7\lambda_7}$ (i) $\sum_{\lambda \in [6]^7} a_{\lambda_1 1} \cdots a_{\lambda_7 7}$ (j) NDA

Questão 5 **(1,0 ponto):** Escreva os vetores abaixo como combinação linear de

$$\vec{a} = (2, -1, 4) \, , \quad \vec{b} = (-1, -2, 0) \quad \text{e} \quad \vec{c} = (-8, 4, 5) \, .$$

Dica: $\vec{e}_1 = \frac{2}{21}\vec{a} + \frac{-1}{5}\vec{b} + \frac{-8}{105}\vec{c}$, $\vec{e}_2 = \frac{-1}{21}\vec{a} + \frac{-2}{5}\vec{b} + \frac{4}{105}\vec{c}$ e $\vec{e}_3 = \frac{4}{21}\vec{a} + \frac{0}{1}\vec{b} + \frac{1}{21}\vec{c}$.

(a) $(1, 2, 0) = \boxed{}\,\vec{a} + \boxed{}\,\vec{b} + \boxed{}\,\vec{c}$ (b) $(-2, 2, 3) = \boxed{}\,\vec{a} + \boxed{}\,\vec{b} + \boxed{}\,\vec{c}$

Questão 6 **(1,0 ponto):** Sabendo que $(2, 7)$ e $(-1, 3)$ são as respectivas soluções de

$$\begin{cases} ax + by = 2 \\ cx + dy = 3 \end{cases} \quad \text{e} \quad \begin{cases} ax + by = -1 \\ cx + dy = 2 \end{cases}$$

Então, a solução de

$$\begin{cases} ax + by = -6 \\ cx + dy = -2 \end{cases}$$

é $\boxed{}$.

Dica: escreva $(-6, -2)$ como combinação linear de $(2, 3)$ e $(-1, 2)$.

Questão 7 **(1,0 ponto):**

O resultado do produto

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f & x & 0 \\ g & y & 0 \\ h & z & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \\ 7 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 6 & 0 \\ 4 & 0 & 4 \\ 5 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

é

(a) $36 \begin{bmatrix} 0 & x & 0 \\ 0 & y & 0 \\ 0 & z & 0 \end{bmatrix}$ (b) $42 \begin{bmatrix} 0 & z & 0 \\ 0 & x & 0 \\ 0 & y & 0 \end{bmatrix}$ (c) $42 \begin{bmatrix} 0 & 0 & x \\ 0 & 0 & y \\ 0 & 0 & z \end{bmatrix}$ (d) $36 \begin{bmatrix} 0 & 0 & z \\ 0 & 0 & x \\ 0 & 0 & y \end{bmatrix}$ (e) $108 \begin{bmatrix} 0 & 0 & x \\ 0 & 0 & y \\ 0 & 0 & z \end{bmatrix}$

(f) $36 \begin{bmatrix} 0 & f & 0 \\ 0 & g & 0 \\ 0 & h & 0 \end{bmatrix}$ (g) $108 \begin{bmatrix} 0 & z & 0 \\ 0 & x & 0 \\ 0 & y & 0 \end{bmatrix}$ (h) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ (i) $108 \begin{bmatrix} 0 & f & 0 \\ 0 & g & 0 \\ 0 & h & 0 \end{bmatrix}$ (j) $42 \begin{bmatrix} 0 & x & 0 \\ 0 & y & 0 \\ 0 & z & 0 \end{bmatrix}$

(k) $108 \begin{bmatrix} 0 & 0 & z \\ 0 & 0 & x \\ 0 & 0 & y \end{bmatrix}$ (l) NDA

Nome: **Matrícula:**
Assinatura:

Questão 8 **(1,0 ponto – penalização 0,15):** Julgue (V)erdadeiro ou (F)also.

(a) (   ) $S = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \,\middle|\, -x + 3z + 5 = 5 \right\}$

(b) (   ) $S = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \,\middle|\, x^2 + y = 0 \right\}$

(c) (   ) $S = \left\{ (z, x, 1) \,\middle|\, (x, y, z) \in \mathbb{R}^3,\ y + x = 5x \right\}$

(d) (   ) $S = \left\{ (2x + y + 1, y + z + 2, x + y + z) \,\middle|\, (x, y, z) \in \mathbb{R}^3,\ 3x + 4z - 5x + 4y + 7 = 7 \right\}$

Questão 9 **(0,5 ponto):** Se M é uma matriz tal que

$$M \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}, \quad M \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 7 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad M \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

Então,

$$M = \begin{bmatrix} \quad & \quad & 1 \\ & & 2 \\ & & 3 \\ & & 4 \\ & & 5 \end{bmatrix}.$$

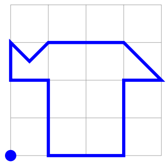
Questão 10 **(0,5 ponto):** Se M é uma matriz tal que

$$M^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad M^{-1} \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad M^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

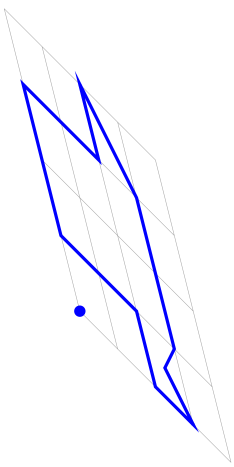
Então,

$$M = \begin{bmatrix} 1 & \quad & \quad \\ 2 & & \\ 5 & & \end{bmatrix}.$$

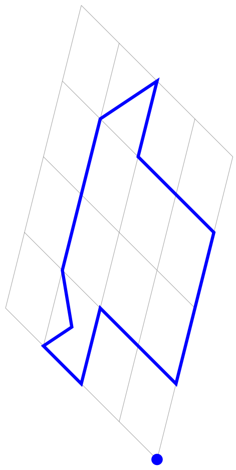
Questão 11 (1,0 ponto)**:** Se aplicarmos ao desenho



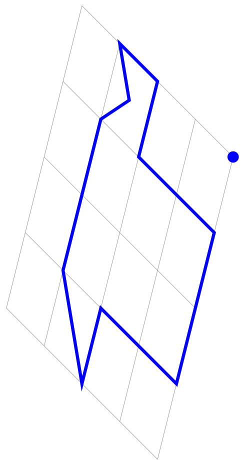
as transformação representada pela matriz $\begin{bmatrix} 0.5 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$, obtemos o seguinte desenho.



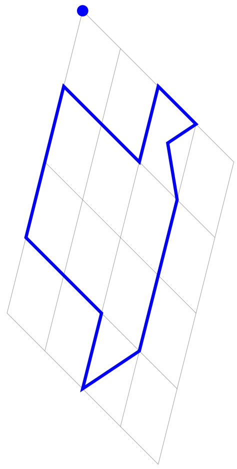
(a)



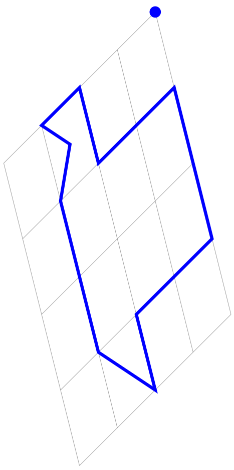
(b)



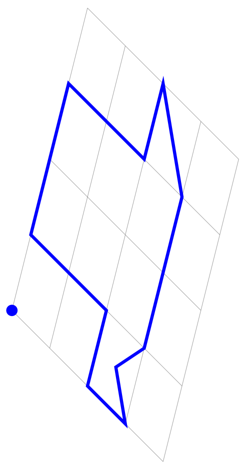
(c)



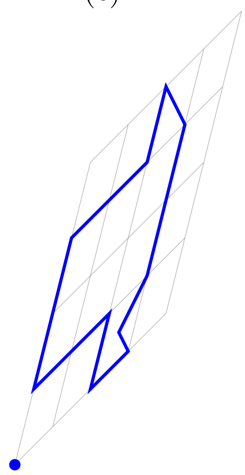
(d)



(e)



(f)



(g)

(h) NDA

Questão 12 (1,0 ponto – penalização 0,15)**:** Julgue (V)erdadeiro ou (F)also.

(a) (   ) Os vetores $(1, 2, 3)$ e $(1, 1, 1)$ geram $\mathbb{R}^3$.

(b) (   ) Se os vetores $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ e $\vec{v}_3$ geram V, então, qualquer que seja $\vec{v}_4 \in V$, os vetores $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$, $\vec{v}_3$ e $\vec{v}_4$ também são geradores de V.

(c) (   ) Os vetores $(1, 2, 3)$ e $(1, 1, 1)$ são linearmente independentes.

(d) (   ) Os vetores $(1, 2, 3)$, $(4, 5, 6)$ e $(3, 3, 3)$ formam uma base de $\mathbb{R}^3$.