

— 303666 Teoria de Prova — Primeiro Semestre de 2019  
Programas de Pós-Graduação em Informática e Matemática  
Instituto de Ciências Exatas, Universidade de Brasília

Prof. Mauricio Ayala-Rincón

ayala@unb.br    ayala.mat.unb.br    www.cic.unb.br/~ayala

## 1 Introdução

A disciplina trata aspectos fundamentais da *Teoria de Prova*, entre estes: a estrutura formal das provas matemáticas, sistemas de dedução natural (DN) e sistemas de dedução de Hilbert (SH) para lógicas clássica, intuicionista e mínima, sistemas de dedução à la Gentzen (SG), equivalências entre sistemas de dedução, eliminação da regra de corte e construção de provas normais.

Serão discutidas as aplicações da *Teoria de Prova* tanto na teoria quanto na prática da computação e matemática.

## 2 Descrição da disciplina

**Pré-requisitos** São desejáveis, mas não essenciais, noções básicas de lógica formal e certa familiaridade com alguma linguagem programação, assistente de provas ou sistemas de cálculo algébrico.

As noções fundamentais da disciplina, serão conduzidas nas linhas da apresentação do livro texto de A. S. Troelstra e H. Schwichtenber em [10].

**Objetivos** Familiarizar-se-á o estudante com os fundamentos e história da teoria de prova destacando sua relevância na produção de objetos computacionais certificados matematicamente e provas matemáticas verificadas mecanicamente.

### Conteúdo

#### TEORIA DE PROVA

- Provas como objetos matemáticos e o programa de Hilbert.
- Estrutura geral de provas matemáticas.
- Teorias de tipos simples.
- Sistemas de dedução natural.
- Sistemas de dedução de Hilbert (SH).

- Relações entre lógicas clássica, intuicionista e mínima.
- Sistemas de dedução à la Gentzen (SG).
- A regra de corte.
- Equivalências entre os sistemas de dedução natural (DN) e à la Gentzen.
- Equivalências entre sistemas de dedução.
- Sistemas sem regras estruturais.
- Eliminação da regra de corte.
- Tamanho das provas e limites para eliminação da regra de corte.
- Estrutura das provas normais.
- Normalização nos sistemas de dedução natural e à la Gentzen.

## 3 Avaliação

Baseada em duas provas de pesos respectivos 4 e 4, e elaboração de monografias de peso 2.

## 4 Cronograma de atividades

A referência principal é a supracitada [10]. Adicionalmente existem excelentes livros de consulta listados nas referências.

### Sistemas de dedução: DN, SH e SG

1. 4<sup>a</sup>, 13.03 Motivação.
2. 2<sup>a</sup>, 18.03 Notação e revisão lógica de predicados.
3. 4<sup>a</sup>, 20.03 Revisão de sistemas de tipos simples.
4. 2<sup>a</sup>, 25.03 Arcabouços dedutivos.

5. 4<sup>a</sup>, 27.03 Arcabouços dedutivos.
6. 2<sup>a</sup>, 01.04 Arcabouços dedutivos.
7. 4<sup>a</sup>, 03.04 DN.
8. 2<sup>a</sup>, 08.04 Relações entre M, I e C em DN.
9. 4<sup>a</sup>, 10.04 SH.
10. 2<sup>a</sup>, 15.04 SG.
11. 4<sup>a</sup>, 17.04 Regra de Corte
12. 2<sup>a</sup>, 22.04 Equivalência entre DN e SG.

### SG's e Eliminação do corte

13. 4<sup>a</sup>, 24.04 Sistemas com regras locais.
14. 2<sup>a</sup>, 29.04 Absorção de regras estruturais.
15. 2<sup>a</sup>, 06.05 Sistemas laterais.
16. 4<sup>a</sup>, 08.05 PRIMEIRA PROVA
17. 2<sup>a</sup>, 13.05 Eliminação do corte.
18. 4<sup>a</sup>, 15.05 Eliminação do corte.
19. 2<sup>a</sup>, 20.05 Aplicações de sistemas sem corte.
20. 4<sup>a</sup>, 22.05 Aplicações de sistemas sem corte.
21. 2<sup>a</sup>, 27.05 Interpolação e funções definíveis.
22. 4<sup>a</sup>, 29.05 Extensões de sistemas de Gentzen.
23. 2<sup>a</sup>, 03.06 Sistemas com igualdade e desigualdade.
24. 4<sup>a</sup>, 05.06 Limites em eliminação do corte.
25. 2<sup>a</sup>, 10.06 Tamanho e eliminação do corte.
26. 4<sup>a</sup>, 12.06 Permutação de regras para lógica clássica.
27. 2<sup>a</sup>, 01.07 Permutabilidade.
28. 4<sup>a</sup>, 03.07 SEGUNDA PROVA

## Bibliografia

- [1] P. Aczel, H. Simmons, and S. Wainer., editors. *Proof Theory*. Cambridge University Press, 1992.
- [2] K. Bimbó. *Proof Theory: Sequent Calculi and Related Formalisms*. CRC Press, Boca Raton, FL, 2015.
- [3] S. R. Buss, editor. *Handbook of Proof Theory*, volume 137 of *Studies in Logic*. Elsevier, North Holland, 1998.
- [4] Hendricks, V. F. and Pedersen, S. A. and Jorgensen, K.F., editor. *Proof Theory — History and Philosophical Significance*, volume 292 of *Synthese Library*. Kluwer Academic Publishers, 2010.
- [5] S. Negri and J. von Plato. *Structural Proof Theory*. Cambridge University Press, 1st edition, 2001.
- [6] S. Negri and J. von Plato. *Proof Analysis — A contribution to Hilbert's Last Problem*. Cambridge University Press, 1st edition, 2011.
- [7] W. Pohlers. *Proof Theory — The First Step into Impredicativity*. Universitext. Springer-Verlag, 2009.
- [8] D. Prawitz. *Natural Deduction — A Proof-Theoretical Study*. Dover, 2006. Unabridged Republication. Original publication in Stockholm Studies in Philosophy series, 1965.
- [9] H. Schwichtenberg and S. S. Wainer. *Proofs and Computations*. ASL Perspectives in Logic. Cambridge University Press, 2012.
- [10] A. S. Troelstra and H. Schwichtenberg. *Basic proof theory*. Number 43 in Cambridge Tracts in Theoretical Computer Science. Cambridge University Press, 2nd edition, 2000.