

# Departamento de Matematica

## Lista 10 - Variável Complexa 1

1. Determine a expansão de Laurent da função dada em torno de cada uma de suas singularidades, especificando o anel no qual ela é válida.

a)  $\frac{1}{z^2(z+i)}$ ;

b)  $\frac{1}{(z-1)(z+i)}$ ;

c)  $z^3 e^{\frac{1}{z}}$ ;

d)  $\cos\left(\frac{1}{z}\right)$ ;

e)  $\frac{z^5}{(z-2)^2}$ .

2. Mostre que num disco em torno de um polo uma função complexa é a soma de duas funções, uma racional e outra holomorfa.

3. Dê um exemplo de uma função que possui um polo de ordem 1 em  $z = 2$  e um polo de ordem 7 em  $z = \sqrt{2}i$

4. Seja  $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  uma função inteira. Suponha que  $f(z) \neq 0$  para todo  $z \in \mathbb{C}$  e que o limite  $\lim_{z \rightarrow \infty} f(z)$  existe e é não nulo. Mostre que  $f$  é constante.