O quadrado tensorial não abeliano de um grupo e uma externalização de comutadores

Ivonildes Ribeiro Martins Dias
Instituto de Matemática e Estatística
Universidade Federal de Goiás

Resumo

O quadrado tensorial não abeliano de um grupo G, denotado por $G \otimes G$, é um caso particular do produto tensorial não abeliano dos grupos G e H, denotado por $G \otimes H$, que foi introduzido por Brown e Loday em [1, 2] e surgiu em aplicações na teoria de homotopia de uma generalização do Teorema de Van Kampen. Admitindo que cada grupo age sobre si mesmo por conjugação $\left(g_1{}^g = g^{-1}g_1 g\right)$ e que cada um age sobre o outro, tal que a seguinte *condição de compatibilidade* seja satisfeita:

$$g_1{}^{(h^g)} = \left(\left(g_1{}^{g^{-1}}\right)^h\right)^g, \; h_1{}^{(g^h)} = \left(\left(h_1{}^{h^{-1}}\right)^g\right)^h,$$

definimos $G \otimes H$ como o grupo gerado pelos símbolos $g \otimes h$ e definido pelas relações

$$gg_1 \otimes h = (g^{g_1} \otimes h^{g_1})(g_1 \otimes h); \tag{1}$$

$$g \otimes hh_1 = (g \otimes h_1)(g^{h_1} \otimes h^{h_1}), \tag{2}$$

para todos $g, g_1 \in G$ e $h, h_1 \in H$. Como a ação por conjugação de um grupo sobre si mesmo é sempre compatível, o quadrado tensorial $G \otimes G$ de um grupo G sempre é definido.

Neste trabalho estabeleceremos um paralelo entre as relações obtidas no grupo $G \otimes G$ e as propriedades de comutadores entre elementos de um grupo ($[x, y] = x^{-1}x^y$). Observando que as relações (1) e (2) podem ser vistas como uma externalização das propriedades de comutadores. Além disso, apresentaremos alguns dos principais resultados de $G \otimes G$.

Referências

[1] Brown, Ronald; Loday, Jean-Louis, *Excision homotopique en base dimension*, C.R. Acad. Sci. Paris S.I Math. 298 (1984), No. 15, 353–356.

[2] Brown, Ronald; Loday, Jean-Louis, *Van Kampen theorems for diagrams of spaces*, Topology 26 (1987), no. 3, 311–335.