Sólitos do Fluxo Redutor de Curvas na Esfera

Hiuri Reis *

Resumo

O Fluxo Redutor de Curvas (FRC) estuda a evolução de uma curva sobre uma superfície, pelo seu vetor curvatura geodésica. Ao longo do fluxo, singularidades podem ocorrer e portanto é importante estudar tais singularidades [5]. As soluções autossimilares para o FRC no plano são bem conhecidas. As duas soluções mais simples são as retas, que não são afetadas pelo fluxo, e os círculos que encolhem a um ponto em tempo finito. Outra solução simples é a curva Grim Reaper, gráfico da função $f(x) = \ln(\cos x)$, que é a única curva de translação do plano. Em [2], Altschuler obteve uma curva que gira a uma velocidade constante, chamada espiral yin-yang. Além dos círculos, há outras curvas que encolhem homoteticamente ao longo do fluxo. Eles foram classificados pela Abresch e Langer em [1]. Uma discussão das curvas que se expandem dessa maneira pode ser encontrada em [4]. Mais recentemente, em [3], Halldorsson deu uma classificação completa das soluções autossimilares do FRC no plano Euclidiano.

Nessa palestra, caracterizamos e descrevemos a geometria de todas as curvas imersas na esfera unitária, que evoluem por isometrias (sólitos) sob o Fluxo Redutor de Curvas. Provamos que uma curva na esfera é uma solução sólito do FRC se, e somente se, sua curvatura geodésica é proporcional ao ângulo entre seu vetor tangente e um vetor fixo do espaço Euclidiano. Usando esta caracterização, descrevemos a geometria de tais curvas na esfera, estudamos seu comportamento qualitativo e comprovamos a convergência da curva para o equador determinada pelo vetor fixo.

Referências

- [1] ABRESCH, U.; LANGER, J., *The normalized curve shortening flow and homothetic solutions*. J. Diff. Geom. 23 (1986), no. 2, 175-196. MR 845704
- [2] ALTSCHULER, S. J., *Singularities of the curve shrinking flow for space curves*. J Diff. Geom. 34 (1991), no. 2, 491-514. MR 1131441
- [3] HALLDORSSON, H. P., *Self-similar solutions to the curve shortening flow*. Trans. Amer. Math. Soc. 364 (2012), no. 10, 5285-5309. MR 2931330
- [4] ISHIMURA, N., *Curvature evolution of plane curves with prescribed opening angle*. Bull. Austral. Math. Soc., 52 (1995) no. 2, 287-296. MR 1348488
- [5] MANTEGAZZA, C., *Lecture notes on mean curvature flow*. Progress in Mathematics, vol. 290, Birkhauser/Springer Basel AG, Basel, 2011. MR 2815949

*Instituto Federal de Goiás, Rua Formosa, Qd 28, Loteamento Santana, Uruaçu - GO, hiuri.reis@ifg.edu.br