# Sobre o Comportamento Aritmético de Números de Liouville em Funções Racionais

**Ana Paula Chaves** *
Instituto de Matemática e Estatística,
Universidade Federal de Goiás, Brazil

**Resumo**

A gênese da *Teoria Transcendente dos Números*, ocorreu em 1844, com o famoso Teorema de Liouville sobre a "má" aproximação de números algébricos por racionais. Mais precisamente, se $\alpha$ é um número algébrico de grau $n > 1$, então existe uma constante positiva $C$, tal que $|\alpha - p/q| > Cq^{-n}$, para todo $p/q \in \mathbb{Q}^*$. Utilizando esse fato memorável, ele foi capaz de construir um conjunto não-enumerável de números transcendentes chamados *números de Liouville.* Desde então, diversas classificações de números transcendentes foram desenvolvidas, uma delas proposta por Kurt Mahler em 1932. Ele dividiu o conjunto dos números transcendentes em três classes disjuntas: $S-$,$T-$ e $U-$números. Em um certo sentido, $U-$números generalizam o conceito de números de Liouville. Além disso, o conjunto dos $U-$números pode ser dividido em $U_m-$números, que são aqueles "muito bem" aproximados por algébricos de grau $m$.

Em 1972, Alniaçik mostrou que um tipo específico de número de Liouville (conhecidos como *strong Liouville*), sempre é levado em $U_m-$números por funções racionais não constantes, com coeficientes em um corpo de números algébricos de grau $m$. Nessa palestra, vamos apresentar uma generalização desse resultado, estendendo a classe de números de Liouville (que em particular contém os números strong Liouville) que possuem a mesma propriedade (esse conjunto é "sharp" em um certo sentido).

## Referências

[1] Alniaçik, K.: On the subclasses $U_m$ in Mahler's classification of the transcendental numbers, İstanb. Univ. Sci. Fac. J. Math. Phys. Astronom. 44, 39–82 (1972)

[2] Bugeaud, Y.: Approximation by Algebraic Numbers, Cambridge Tracts in Mathematics, 160. Cambridge University Press, Cambridge (2004).

[3] Chaves, A. P., Marques, D.: An Explicit family of $U_m$-numbers, Elem. Math., 69, 18–22 (2014)

[4] Chaves, A. P., Marques, D., Trojovský, P.: On the Arithmetic Behavior of Liouville Numbers Under Rational Maps. *To appear on* Bull Braz Math Soc, New Series (2021).

*apchaves@ufg.br

[5] Erdös, P.: Representations of real numbers as sums and products of Liouville numbers, Michigan Math. J., 9, 59–60 (1962)

[6] LeVeque, W. J.: On Mahler's $U$-numbers, J. Lond. Math. Soc., 1, 220–229 (1953)

[7] Liouville, J.: Sur des classes très-étendues de quantités dont la Valeur n'est ni algébrique ni même réductible à des irrationnelles algébriques, C. R. Acad. Sci. Paris, 18, 883–885 (1844)

[8] Mahler, K.: Zur approximation der exponentialfunktion und des logarithmus. Teil I., J. Reine Angew. Math., 166, 118–150 (1932)

[9] Petruska, G.: On strong Liouville numbers, Indag. Math., 3, 211–218 (1992)