COLEGIADO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA

RESOLUÇÃO No. 01/2017

Regulamenta o Exame de Mestrado, o Exame de Qualificação do Doutorado e o Exame de Língua Estrangeira

O Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Matemática (CPPG), no uso de suas atribuições, em sua Reunião de número 01/2017, realizada em 17 de março de 2017, considerando a necessidade de regulamentar o formato do Exame de Mestrado, do Exame de Qualificação do Doutorado e do Exame de Língua Estrangeira, todos previstos no regulamento do Programa de Pós-Graduação em Matemática (PPG/MAT),

RESOLVE:

Art. 1° A aprovação no Exame de Mestrado consiste na comprovação, por parte do aluno, de proficiência nas quatro seguintes subáreas da Matemática: Álgebra, Análise, Geometria e Matemática Aplicada.

§ 1º O conteúdo no qual será exigida proficiência em cada uma das subáreas consta no Anexo I desta resolução.

§ 2º O PPG/MAT oferecerá uma prova de proficiência em cada uma das subáreas citadas no *caput* deste artigo pelo menos uma vez a cada semestre letivo. As datas e horários serão divulgadas pela Coordenação do PPG/MAT, com pelo menos 30 (trinta) dias de antecedência.

I. O aluno do PPG/MAT poderá se inscrever em cada uma das provas de que trata este parágrafo no máximo duas vezes.
II. A primeira inscrição em cada uma das provas deverá ocorrer até o início do terceiro período letivo do aluno do PPG/MAT.
III. A CPG poderá homologar a inscrição para as provas, de que trata este parágrafo, de pessoas que não estejam matriculadas no PPG/MAT.
IV. Alunos do PPG/MAT que, antes do seu ingresso como aluno regular, tenham obtido aprovação em provas de proficiência, de que trata este parágrafo, podem solicitar à CPG, até o final do seu primeiro semestre no curso, aproveitamento desses resultados.

§ 3º O aluno do PPG/MAT será considerado reprovado no Exame de Mestrado na ocorrência de uma das seguintes situações:

I. se for reprovado na prova de proficiência de alguma subárea citada no *caput* deste artigo por mais de uma vez depois de ter ingressado no PPG/MAT;
II. se não estiver aprovado nas provas de proficiência das quatro subáreas citadas no *caput* deste artigo até o início do seu 4º semestre letivo.

Art. 2° A aprovação no Exame de Qualificação do Doutorado consiste na comprovação, por parte do aluno, de proficiência na sua Área Principal de atuação e em uma Segunda Área, distinta da Área Principal.

§ 1º A comprovação se dará através de aprovação, por banca examinadora, em exame oral em cada uma das áreas.

§ 2º Cabe à CPG aprovar a composição das bancas examinadoras do exame de proficiência, na Área Principal e na Segunda Área, e aprovar os conteúdos a serem avaliados.

I. As bancas serão compostas por três professores;
II. Será permitida a participação via web ou por outro recurso tecnológico que resulte em função similar. Para estes avaliadores será exigido parecer escrito, em formato digital ou impresso, e será admitida a assinatura digitalizada no parecer e na Ata do Exame.

§ 3º O aluno do PPG/MAT será considerado reprovado no Exame de Qualificação do Doutorado na ocorrência de uma das seguintes situações:

I. se for reprovado na Área Principal ou na Segunda Área por mais de uma vez;
II. se não estiver aprovado na Área Principal e na Segunda Área até o início do seu 5º semestre letivo.

Art. 3° A aprovação no Exame de Língua Estrangeira consistirá de comprovação, por parte do aluno, de proficiência em Língua Inglesa.

§1º Os alunos de Mestrado devem comprovar proficiência em leitura. Os alunos de doutorado devem comprovar proficiência em leitura, expressão oral e escrita.

§2º Cabe à CPG avaliar os documentos comprobatórios apresentados pelo aluno.

ANEXO I

Este anexo contém o conteúdo de cada uma das provas de proficiência do Exame de Mestrado. No caso de Matemática Aplicada, pode ser ofertada mais de uma prova em cada edição do exame.

SUBÁREA DE ÁLGEBRA

Grupos e homomorfismos; subgrupos e o Teorema de Lagrange; Subgrupos normais e grupos quocientes; Teoremas do homomorfismo; Grupos de permutações; Simplicidade de A_n (n>4); Representações permutacionais e o Teorema de Cayley; contagem de orbitas; Teorema de Cauchy; p-grupos;Teoremas de Sylow e algumas aplicações; Produto direto; grupos abelianos finitos; Propriedades básicas de grupos solúveis.

Anéis e homomorfismos; algumas classes especiais de anéis; Ideais e anés quocientes; Corpo de frações de um domínio de integridade; Aritmética em domínios de ideais principais; Domínios Euclideanos; Ideais primos e ideais maximais;Os inteiros gaussianos; Anéis de polinômios; Polinômios sobre um corpo; Anéis de polinômios sobre anéis comutativos; Domínios de fatoração única.

Elementos algébricos e transcendentes; Extensões algébricas; Raizes de polinômios; Corpos de decomposição de um polinômio;Irredutibilidade dos polinômios ciclotômicos; Os elementos da Teoria de Galois: extensões normais, separabilidade, extensõoes galoisianas; O grupo de Galois de uma extensão; O Teorema Fundamental da Teoria de Galois; O grupo de Galois de um polinômio.

Espaços Vetoriais: Exemplos de espaços vetoriais; Independência Linear e Bases; Dualidade; Espaços com Produto Interno.Transformações Lineares: A Álgebra das Transformações Lineares; Representação Matricial de uma Transformação Linear; Teoria dos Determinantes; Resolução de Sistemas Lineares; Funcionais Lineares; Espaço Dual; Transformações Adjuntas; Formas Canônicas; Forma triangular.

Bibliografia recomendada:

1. J B. Fraleigh, *A first course in Abstract Algebra*, 5a. edição
2. N. Jacobson, *Basic Algebra I*, Dover Publications, 2a edição, 2009
3. I.M. Isaacs, *Algebra, Graduate Texts in Mathematics, Vol. 100*, Editora AMS, 2009
4. I.N. Herstein, *Topics in Algebra*, Ed. Xerox Col., 2a edição, 1975
5. Hoffman and Kunze, *Linear Algebra*, Prentice Hall, 2a edição
6. S. Lang, *Linear Algebra*, Springer Verlag, 3a edição
7. J.J. Rotam, *Advanced Modern Algebra*, versão eletrônica, Ed. Prentice Hall
8. A. Gonçalves, *Introdução à Álgebra*, Projeto Euclides, SBM
9. I. Stweart, *Galois Theory*, Editora Jhon Wiley & Sons, 5a edição, 1975

SUBÁREA DE ANÁLISE

Funções de uma ou várias variáveis reais: Funções diferenciáveis, a Fórmula de Taylor, o Teorema da Função Implícita, Multiplicadores de Lagrange; Aplicações diferenciáveis, a desigualdade do valor médio, o Teorema da Função Inversa, o Teorema do Posto; Integrais múltiplas, Teorema de Mudanças de Variáveis, Integrais impróprias, integrais de linha e de superfície, o Teorema de Stokes; Funções definidas por séries e por integrais e suas propriedades.

Funções de uma variável complexa: Funções analíticas, a integral de uma função complexa, o Teorema de Cauchy, a fórmula de Cauchy, séries de potências, singularidades, cálculo dos resíduos e aplicações.

Bibliografia recomendada:

1. E.L. Lima, *Curso de Análise, Vol. 2*, Projeto Euclides, IMPA, 2005
2. E.L. Lima, *Análise no Espaço R^N*, Coleção Matemática Universitária, IMPA
3. W. Rudin, *Principle of Mathemtical Analysis*, McGrall-Hill
4. R.G. Barte, *The elements of Real Analysis*, John Wiley & Sons, 1964
5. M.A. Spivak, *O Cálculo em Variedades,* Editora Moderna
6. L.V. Ahlfors, Complex Analysis, McGrall-Hill
7. W. Rudin, Real and Complex Analysis

SUBÁREA DE GEOMETRIA

Curvas regulares, teoria local das curvas parametrizadas pelo comprimento de arco, superfícies regulares, mudança de parâmetros, funções diferenciáveis sobre superfícies, plano tangente, diferencial de uma aplicação, primeira forma Fundamental, orientação de superfícies, definição geométrica de área, aplicação de Gauss e suas propriedades fundamentais, aplicação de Gauss em coordenadas locais, superfícies mínimas, isometrias, aplicações conformes, o Teorema Egregium de Gauss e as equações de compatibilidade, transporte paralelo, Geodésicas, o Teorema de Gauss-Bonnet e suas aplicações.

Bibliografia recomendada:

1. M.P. doCarmo, *Geometria Diferencial de Curvas e Superfícies*, SBM, Rio de Janeiro, 2005
2. W. Klingenberg, *A Course in Differential Geometry*, Springer Verlag, New York, 1976.
3. W. Kühnel, *Differential Geometry: Curves - surfaces - manifolds*, American Mathemcatical Society, 2002.
4. S. Montiel e A. Ros, *Curves and Surfaces, Graduate Studies in Mathematics, Vol. 69*, American Mathematical Society, 2005.
5. B. O´neill, *Elementary Differential Geometry*, Academic Press, 1974.
6. M.A. Spivak, *A Comprehensive Introduction to Differential Geometry*, Publish or Perish Inc., Vol. 3, 1975.

SUBÁREA DE MATEMÁTICA APLICADA

Introdução à Probabilidade e Aplicações *(*grupo de Probabilidade)

1-Espaços de probabilidade: Espaços amostrais, sigma-álgebras de eventos, medidas de probabilidade. Probabilidade condicional, fórmula de Bayes, eventos independentes, lemas de Borel-Cantelli. Sigma-álgebras geradas, sigma-álgebra de Borel, teorema da classe monótona. Medidas de probabilidade nos reais, função de distribuição de probabilidade, funções de distribuição discretas, absolutamente contínuas e mistas, decomposição de funções de distribuição. 2- Variáveis aleatórias e vetores aleatórios: Função de distribuições de uma variável aleatória. Variáveis aleatórias discretas, contínuas e mistas. Transformação de variáveis aleatórias. Vetores aleatórios e suas funções de distribuição. Variáveis aleatórias independentes, transformação de vetores aleatórios, método do Jacobiano. 3 - Esperança matemática: Esperança de variáveis aleatórias simples, de variáveis aleatórias não-negativas e de variáveis aleatórias quaisquer. Teorema da convergência monótona, teorema da convergência dominada e lema de Fatou. Propriedades gerais de esperança. Esperança de variável aleatória e a integral de Lebesgue-Stieltjes, esperança de variáveis aleatórias discretas, contínuas e integráveis quaisquer. Esperança de transformações de vetores aleatórias. Momentos, variância, desvio padrão, covariância e coeficiente de correlação de variáveis aleatórias. Desigualdades de Markov, de Tchebychev, de Cauchy-Schwartz, de Holder e de Jensen. Noções de espaços L^p de variáveis aleatórias. 4 - Função característica: Definição, propriedades e exemplos básicos. Momentos de variáveis aleatórias e expansão de Taylor de funções características. Fórmula de inversão e teorema de unicidade. 5 – Esperança condicional: Distribuição condicional e esperança condicional para vetores aleatórios discretos e vetores aleatórios contínuos. Propriedades gerais de esperança condicionais. Métodos de cálculo de esperanças condicionais. 6 – Modos de convergência: Convergência quase certa, convergência em probabilidade, convergência em L^p e convergência em distribuição. Propriedades e relações envolvendo os modos de convergência. Convergência em distribuição: Teorema de Helly-Bray, teorema de continuidade de Lévy, teorema de Slutsky, teorema de Scheffé. 7 – Leis dos grandes números: Leis fracas dos grandes números de Tchebychev, de Bernoulli e de Khintchin. Desigualdade de Kolmogorov. Primeira e segunda lei forte de Kolmogorov, lei forte de Borel. 8 - Teoremas do limite central: Teorema do limite central para variáveis aleatórias i.i.d. e teorema do limite central de DeMoivre-Laplace. Teoremas do limite central de Lindeberg e de Liapunov.

Bibliografia recomendada:

1. R. Bartoszynski e M. Niewiadomska-Bugaj, *Probability and Statistical Inference*, John Wiley and Sons, 2008.
2. P.L. Gatti, *Probability Theory and Mathematical Statistics for Engineers*, Spon Press, 2005.
3. G.R. Grimmett e D.R. Stirzaker, *Probability and Random Processes*, Oxford University Press, 2001.
4. B.R. James, *Probabilidade: Um Curso em Nível Intermediário*, IMPA, 2002.
5. A.F. Karr, *Probability*, Springer Verlag, 1993
6. M.N. Magalhães, *Probabilidade e Variáveis Aleatórias*, 2ª edição, edUSP, 2006
7. S.S. Venkatesh, *The Theory of Probability: Explorations and Applications*, Cambridge University Press, 2013
8. S.S. Wilks, *Mathematical Statistics*, John Wiley and Sons, 1962

Teoria da Computação (grupo de Lógica Formal e Fundamentos Matemáticos da Computação)

Formalismos e lógica da computação: lógica equacional, Teorema de Birkhoff, reescrita de termos, confluência e terminação; pares críticos e completamento de Knuth-Bendix; unificação e indecidbilidade do problema da palavra para semigrupos. Cálculos dedutivos na lógica proposicional e de predicados; Teorema de Completitude de Gödel para a lógica de predicados; Teoremas de Compacidade e de Löwenheim-Skolem; limites e indecidibilidade da lógica de predicados.

Bibliografia recomendada:

1. F. Baader and T. Nipkow. Term Rewriting and All That. Cambridge University Press, 1998.
2. H.-D. Ebbinghaus, J. Flum and W. Thomas. Mathematical Logic - Undergraduate Texts in Mathematics. Springer, 1994.

Introdução à Equações Diferenciais (grupo de Modelagem Matemática)
Equações Diferenciais Ordinárias: Teoria Qualitativa: Pontos de Equilíbrio, Estabilidade e Bifurcações; Equações Diferenciais Ordinárias Lineares de Ordem Superior; Operadores Diferenciais Polinomiais; Método de Fröbenius e Soluções em Pontos Singulares; Transformada de Laplace e Funções Generalizadas.

Equações Diferenciais Parciais: Equação do Transporte, Método das Características e Choques; Equações do Calor, da Onda e de Laplace; Método da Separação de Variáveis e Problemas de Sturm-Liouville; Séries de Fourier; Problemas em Geometrias Cilíndricas e Esféricas; Classificação de EDPs; Funções de Green para Problemas Não-Homogêneos; Transformadas de Fourier e de Hankel.

1. A.C. King, J. Billingham, S.R. Otto, Differential Equations: Linear, Nonlinear, Ordinary, Partial, Cambridge University Press, 2003.
2. W. Strauss, Partial Differential Equations: An Introduction, Wiley, 2007.
3. M. Tenenbaum, H. Pollard, Ordinary Differential Equations. Dover, 1985

Métodos Matemáticos da Física 2 (grupo de Modelagem Matemática)
Expansões assintóticas. Soluções assintóticas de equações algébricas; Soluções assintóticas de equações diferenciais: métodos da coordenada deformada, de múltiplas escalas, e de WKBJ. Camadas limites, camadas iniciais e expansões combinadas; Aproximações de integrais: Contribuições locais e globais, Lema de Watson e métodos de Laplace, da fase estacionária e da descida mais íngreme.

Bibliografia recomendada:

1. E.J. Hinch, *Perturbation Methods*, Cambridge University Press, 1991.
2. M.J. Ablowitz, A.S. Fokas, Complex Variables, Cambridge University Press, 2003
3. J.D. Logan, Applied Mathematics, Wiley, 2011.
4. A.C. King, J. Billingham, S.R. Otto, Differential Equations: Linear, Nonlinear, Ordinary, Partial, Cambridge University Press, 2003.

Introdução à Métodos Computacionais para EDOs e EDPs (grupo de Modelagem Matemática)
Equações Diferenciais Ordinárias: Método de Euler e sua Convergência; Polinômios Interpoladores e Métodos de Passos Múltiplos; Quadraturas e Métodos de Runge-Kutta para PVI; Teoremas de Barreira de Dahlquist; Análise de Estabilidade de von Neumann, A-Estabilidade e Equações Rígidas; Problemas de Valor de Contorno e de Camada Limite.

Equações Diferenciais Parciais: Construção e Análise de Diferenças Finitas; Soluções de Equações Elípticas, Parabólicas e Hiperbólicas, Lineares e Não-Lineares; Ordem, Convergência, Consistência e Estabilidade de Métodos.

Bibliografia recomendada:

1. A First Course in the Numerical Analysis of Differential Equations, Arieh Iserles, Cambridge University Press, 2008.
2. Applied Numerical Methods, Brice Carnahan, H. A. Luther, James O. Wilkes, Krieger Publishing Company, 1990.
3. A First Course in Numerical Analysis, Anthony Ralston, Philip Rabinowitz, Dover Publications, 2001.