Uma Equação Diofantina Quadrática Envolvendo Números de Fibonacci Generalizados

Ana Paula Chaves - IME/UFG
e-mail: apchaves@ufg.br

28/07/2021

Resumo

A sequência de Fibonacci é famosa por suas propriedades e relações com outras sequências recorrentes. Para obtermos os termos dessa sequência, começamos com termos iniciais 0 e 1, nesta ordem, e os próximos elementos são obtidos exatamente pela soma dos dois termos anteriores. Como todo objeto bem estudado na matemática, esta sequência admite diversas generalizações. A de nosso interesse é conhecida por "Sequência de Fibonacci k-generalizada", uma sequência recorrente linear de ordem k, onde temos como termos iniciais $k-1$ termos iguais a 0, e um termo igual a 1, e a partir daí os próximos elementos são obtidos como a soma dos k termos anteriores. Diversas equações diofantinas envolvendo estas sequências já foram resolvidas, sendo publicadas em diversos periódicos internacionais de grande importância. Neste trabalho, estudamos quando um número de Fibonacci k-generalizado está "próximo" de um quadrado perfeito, cuja base é um número de Fibonacci l-generalizado.

Referências

[1] J. J. Bravo, F. Luca *Coincidences in generalized Fibonacci sequences,* J. Number Theory **133**, (2013), no. 6, pp. 2121—2137.

[2] Y. Bugeaud, M. Mignotte, S. Siksek, *Classical and modular approaches to exponential Diophantine equations I. Fibonacci and Lucas powers.* Ann. Math. **163**, (2006), pp. 969–1018.

[3] A. P. Chaves, D. Marques, *A Diophantine equation related to the sum of squares of consecutive k-generalized Fibonacci numbers,* Fib. Quart. **52** (1) (2014), pp. 70–74.

[4] A. P. Chaves, P. Trojovský, *A Quadratic Diophantine Equation Involving Generalized Fibonacci Numbers,* Mathematics. **8** (2020), pp. 1010–1021.

[5] G. P. Dresden, Z. Du, *A Simplified Binet Formula for k-Generalized Fibonacci Numbers,* J. Integer Seq. **17**, (2014), Article 14.4.7, 1–9.

[6] A. Dujella, A. Pethő, A generalization of a theorem of Baker and Davenport, *Quart. J. Math. Oxford Ser.* (2) **49** (1998), pp. 291–306.

[7] D. Kalman, R. Mena, The Fibonacci numbers exposed, *Math. Mag.* **76** (2003), no. 3, pp. 167–181.

[8] D. Kessler and J. Schiff, *A combinatoric proof and generalization of Ferguson's formula for k-generalized Fibonacci numbers,* Fibonacci Quart. **42** (2004), pp. 266–273.

[9] T. Koshy, *Fibonacci and Lucas numbers with applications,* Wiley-Interscience, NY, 2001.

[10] A. S. Posamentier, I. Lehmann, *The (fabulous) Fibonacci numbers,* Prometheus Books, Amherst, NY, 2007.

[11] N. N. Vorobiov, *Fibonacci numbers,* Birkhäuser Verlag, Basel, 2002.