

# Proposta de disciplina IC-MAT (2023/1)

**Nome do professor:** Sheila Chagas

**Disciplina:** Iniciação Científica em Matemática 1.

**Título da proposta:** Os quatro Pilares da Geometria

## 1 Objetivos

O objetivo central é mostrar que a geometria pode ser desenvolvida de quatro maneiras fundamentalmente diferentes, e que todas essas formas podem ser usadas para que o assunto seja mostrado em todo o seu esplendor.

A construção de estilo euclidiano e a axiomática parecem ser a melhor maneira de começar, mas a álgebra linear suaviza os estágios posteriores substituindo alguns argumentos tortuosos por cálculos simples. Mas como evitar a geometria projetiva? Ele não apenas explica por que os objetos têm a aparência que têm; também explica por que a geometria está emaranhada com a álgebra. Finalmente, é preciso saber que não existe uma geometria, mas várias, e os grupos de transformação são a melhor forma de distingui-las.

Para cada tópico abordado teremos primeiro uma parte introdutória e posteriormente o que é mais abstrato. Por exemplo, iniciaremos com Euclides (trataremos construções com régua e compasso e no segundo momento o que é mais abstrato axiomas e teoremas). Na álgebra linear falando sobre coordenadas; e em seguida sobre trataremos o abstrato conceito de sobre espaços vetoriais e o produto interno. Sobre geometria projetiva é trataremos desenho em perspectiva; a segunda parte é sobre axiomas para planos projetivos. No tema grupos de transformação daremos exemplos de transformações; a segunda parte construiremos o plano hiperbólico a partir das transformações da reta projetiva real.

Finalmente alguns alunos se perderem qualquer uma dessas quatro abordagens do assunto. A geometria, de todas as disciplinas, deveria ser tomada de diferentes pontos de vista, e a geometria é única entre as disciplinas matemáticas que tem a capacidade de parecer diferente de diferentes ângulos. Alguns preferem abordá-la visualmente, outros algebricamente, mas o grande milagre é que todos estão olhando para a mesma coisa.

Ao trabalhar com as muitas faces da geometria podemos trabalhar o ponto forte de cada aluno, pois alguns alunos preferem visualizar, enquanto outros preferem raciocinar ou calcular. A geometria tem algo para todos, e todos os alunos se encontrarão desenvolvendo seus pontos fortes em alguns

momentos e trabalhando para superar os pontos fracos em outros momentos. Sabemos que Euclides tem algumas provas bonitas, enquanto outros teoremas tem demonstrações mais belas dadas pela álgebra. Na abordagem multifacetada, cada teorema pode receber uma prova elegante, e teoremas com provas radicalmente diferentes podem ser vistos de diferentes lados.

## 2 Pré-requisitos

O aluno não precisa ter pré-requisitos. Caso o aluno tenha feito Introdução à Álgebra Linear; Geometria I e II e Álgebra 1, ele poderá revisar alguns pontos com maior maturidade, do contrário ao fazer os referidos curso ele poderá ter uma visão diferenciada.

## 3 Cronograma

O cronograma será executado da seguinte forma: **1 hora - Régua e compasso** (Axiomas de construção de Euclides, Abordagem de Euclides à geometria;); **2 horas - Sistema de Coordenadas** ( Retas e suas equações, Distância, Interseções de retas e círculos, Ângulo e inclinação, Isometrias e o teorema das três reflexões.); **1 hora - Vetores e espaços euclidianos** (Vetores, Pontos médios e centróides, O produto interno, Rotações, matrizes e números complexos;); **2 horas - Perspectiva** ( Desenho em perspectiva, Axiomas do plano projetivo e seus modelos; Coordenadas Homogêneas, Projeção, Funções fracionais lineares); **2 horas- Planos projetivos** (Pappus e Desargues revisitados, Coincidências, Variações do teorema de Desargues, Aritmética projetiva ); **3 horas - Transformações** (Grupo de isometrias do plano, Transformações vetoriais, Transformações da reta projetiva, Geometria esférica. O grupo de rotação da esfera, Representando rotações espaciais por quaternions; Um grupo finito de rotações espaciais; Os grupos  $S^3$  e  $PP^3$ ); **4 horas - Introdução à Geometria não Euclidiana.**

## Referências

- [1] ALAN F. BEARDON *Algebra and Geometry*. cambridge University Press. 1ª edição, 2005.
- [2] H. S. M. COXETER *Introduction to Geometry*. JOHN WILEY & SONS, INC. 2ª edição, 1961.
- [3] M Reid, B, Szendro, *Geometry and Topology* cambridge University Press. 1ª edição, 2005.