

# Proposta de disciplina IC-MAT (2023/1)

**Nome do professor:** Sheila Chagas

**Disciplina:** Iniciação Científica em Matemática **2**.

**Título da proposta:** Grupos gerados por Reflexões

## 1 Objetivos

O objetivo central é estudar o grupo de Coxeter. Vamos começar considerando os espaços mais importantes, os espaços euclidianos  $\mathbb{R}^n$ . Vários subconjuntos de espaços euclidianos também são importantes. Afinal, formas, padrões e figuras sólidas estão ao nosso redor todos os dias e de várias formas, e estes objetos parecem estar em um espaço que parece euclidiano. Então, nosso primeiro desafio é saber sobre as simetrias deste objetos

Veremos que alguns subconjuntos naturais, belos e importantes dos espaços euclidianos têm grupos de simetria que são discretos e são gerados por reflexões. Mostraremos que alguns grupos abstratos importantes podem ser entendidos como grupos discretos de isometrias euclidianas que são geradas por reflexões. Portanto, dedicaremos algum tempo para entender melhor os subgrupos de isometrias de  $\mathbb{R}^n$ , denotado por  $Isom(\mathbb{R}^n)$ , que são discretos e gerados por reflexões. Ao fazer isso, não estamos necessariamente interessados em quais isometrias estão em um subgrupo, mas na classe de isomorfismo do subgrupo. Outra forma de expressar nosso objetivo é que queremos entender melhor aqueles grupos abstratos que podem atuar em um espaço euclidiano com uma ação fiel, discreta e gerada por reflexões.

Na década de 1930, o matemático britânico H.S.M. Coxeter se dedicou a isso e a outras pesquisas relacionadas. Outros grandes matemáticos antes dele contribuíram muito, mas Coxeter fez um belo quadro ao descrever todos os subgrupos discretos irredutíveis de  $Isom(\mathbb{R}^n)$ , gerados por reflexões. Esses grupos são os blocos de construção de todos os subgrupos discretos gerados por reflexões porque os grupos restantes, chamados redutíveis, são feitos pela combinação, através da construção de produto direto, cópias independentes de grupos irredutíveis. As observações de Coxeter inspirou importantes e resultados matemático desde então.

## 2 Pré-requisitos

Os pré-requisitos são: Álgebra I; Geometria II.

### 3 Cronograma

O cronograma será executado da seguinte forma:

1. Prelúdio - **1 hora**;
2. Simetria - **2 horas** ;
3. As simétrias de um polígono regular no plano - **1 hora** ;
4. As simétrias de outros sólidos platonicos- **2 horas**;
5. Grupos discretos gerados por reflexões- **3 horas** ;
6. Grupoo de reflexões infinitos - **3 horas** ;
7. relações em grupos finitos gerados por reflexões- **3 horas**.

### Referências

- [1] J. E. Humphreys. *Grupos de Reflexão e Grupos Coxeter*, volume 29, Cambridge Studies in Advanced Mathematics. Cambridge University Press, Cambridge, 1990. *Algebra and Geometry*.
- [2] H. S. M. COXETER. *Introduction to Geometry*. JOHN WILEY & SONS, INC. 2ª edição, 1961.
- [3] J Meier, *Groups, Graphs and Trees: An introduction to the geometry of infinite groups*, volume 73 of London Mathematical Society Student Texts. Cambridge University Press, Cambridge, 2008.
- [4] Bathls P. Bahls. *The isomorphism problem in Coxeter groups*. Imperial College Press, London, 2005.
- [5] H. S. M. Coxeter. *Discrete groups generated by reflections*. Ann. of Math. (2), 35(3):588–621, 1934.
- [6] H. S. M. Coxeter. it The complete enumeration of finite groups  $r_i^2 = (r_i r_j)^{k_{ij}} = 1$ . J.LondonMath.Soc, s1-10(1):21–25,1935.