

Proposta de disciplina IC-MAT (2023/2)

Nome do professor: Sheila Chagas

Disciplina: Iniciação Científica em Matemática **2**.

Título da proposta: Introdução ao grupos cristalografos e aplicações I.

1 Objetivos

O nosso objetivo central é mostrar que a simetria é a palavra-chave subjacente à nossa compreensão moderna das Leis Fundamentais da Natureza e é também o foco central da maioria das disciplinas matemáticas, das quais a Geometria aparece no topo da lista. A expressão “A matemática da simetria” entende-se via álgebras de Lie, grupos de Lie, variedades fechadas e também grupos discretos finitos. Além de interesse matemáticos, estes são temas que constituem também a espinha dorsal da educação dos alunos em física teórica. Desta forma, tentaremos atingir em ampla escala aplicações e estreitamento do mundo abstrato ao mundo físico. Abordaremos conceitos de grupos discretos e suas aplicações. Para isso, iniciaremos com um introdutório ao grupo de permutação. Trataremos sobre ação de grupo em espaços vetoriais. Abordaremos, Grupos contínuos (também conhecidos como grupos de Lie). Por fim, estudaremos os grupos cristalograficos com o intuito de destacar os pontos de forma mais precisa: (i) lembrar que o décimo oitavo problema de Hilbert perguntava se grupos cristalográficos em dimensão n é sempre finito. (ii) Em 1910, L. Bieberbach provou que os grupos cristalográficos são finitos em todas as dimensões. Em \mathbb{R}^3 existem 230 grupos. (iii) É curioso destacar que os grupos cristalográficos foram encontrados matematicamente para \mathbb{R}^3 , antes que os 230 tipos diferentes de cristais fossem realmente descobertos na natureza. Finalmente, podemos expandir as metas e um segundo semestre para abordar mais tópicos relacionados.

2 Pré-requisitos

O aluno não precisa ter pré-requisitos. Caso o aluno tenha feito Introdução à Álgebra Linear; Geometria I e II e Álgebra 1 isto constituirá uma boa base.

3 Cronograma

1. simetrias e permutações

2. Grupos discretos de isometrias
3. grupos finitos de isometrias
4. mosaicos e grupos de mosaicos
5. Grupos cristalograficos
6. subgrupos finitos de $SO(3)$ Grupos cristalograficos.
7. Outros tópicos relacionados serão apreciados em na versão II deste projeto.

Referências

- [1] W. Miller, Jr. **Symmetry Groups and Their Applications**, Academic Press, N.Y., 1972.
- [2] P. B. Yale, **Geometry and Symmetry**, Holden-Day, San Francisco, 1968.
- [3] C.H. MacGillavry, **Fantasy and Symmetry** The Periodic Drawings of M.C. Escher, Harry N. Abrams, Inc., N.Y., 1976
- [4] M Reid, B, Szendro, *Geometry and Topology*
- [5] Pietro Giuseppe Fré and Alexander Fedotov, **Groups and Manifolds: Lectures for Physicists with Examples in Mathematica**, De Gruyter Textbook, 2017.