

Proposta de disciplina IC-MAT (2025/1)

Nome do professor: André Caldas.

Disciplina: Iniciação Científica em Matemática 1.

Título da proposta: *Teoria ergódica*, primeiros passos.

1 Objetivos

Um sistema dinâmico simples é uma transformação $T : X \rightarrow X$ de um espaço X em si mesmo. Podemos interpretá-lo como a evolução do estado do sistema ao longo do tempo.

Um pouco mais de estrutura no espaço X nos permite considerar sistemas dinâmicos que respeitam essa tal estrutura. Podemos falar de sistemas dinâmicos *lineares, contínuos, diferenciais*, etc.

A *teoria ergódica* é, essencialmente, o estudo dos sistemas dinâmicos munidos de uma medida de probabilidade. Assim, podemos nos questionar sobre a probabilidade de o sistema agir de determinado modo em determinadas situações. Por exemplo, se batermos a massa do pão por tempo suficiente, conseguiremos o chamado *ponto de véu*? Ou talvez algo que pareça mais “científico”: de que modo eu posso misturar um fármaco para que depois de certo tempo a mistura esteja suficientemente uniforme para garantir que cada comprimido tem a mesma quantidade de cada componente dentro de uma margem aceitável?

Para estudar *teoria ergódica*, o estudante precisa ter noções de *sistemas dinâmicos* e *teoria da medida e probabilidade*. O objetivo desta disciplina é construir uma base mínima desses dois assuntos, de modo que o estudante seja capaz de demonstrar o que é considerado o primeiro resultado da *teoria ergódica*: o teorema de recorrência de Poincaré.

2 Pré-requisitos

Familiaridade com teoria de conjuntos. Mas atenção... não entenda este pré-requisito simples como se fosse uma afirmação de que o assunto é fácil.

3 Cronograma

Semanas 1 a 4: exemplos de sistemas dinâmicos.

Semanas 5 a 10: conceitos básicos de teoria da medida e probabilidade.

Semanas 11 e 12: teorema de recorrência de Poincaré.

Semanas 13 a 15: produção de relatório final.

Referências

- [1] Marcelo Viana & Krerley Oliveira. *Fundamentos da Teoria Ergódica*. SBM. 2^a edição, 2019.
- [2] Olav Kallenberg. *Foundations of Modern Probability*. Springer. 3^a edição, 2021.

O livro *Fundamentos da Teoria Ergódica* pode ser adquirido no site da SBM, mas o próprio professor Marcelo Viana também disponibiliza uma versão em *pdf* para download:

<https://w3.impa.br/~viana/out/OV4.pdf>