

Proposta de disciplina IC-MAT (2026/2)

Nome do professor: Irina Sviridova.

Disciplina: Iniciação Científica em Matemática **3**.

Título da proposta: Álgebras de Hopf: noções básicas.

1 Objetivos

Introduzir de maneira mais acessível, mas coerente para alunos de graduação o conceito de uma álgebra de Hopf, um dos objetos mais avançados e interessantes na álgebra moderna. Estudar os conceitos e noções, necessárias para definição de uma álgebra de Hopf (tais, como categoria, produto tensorial, dualidade, álgebra, coálgebra, envolvente universal de uma álgebra de Lie, etc.) Considerar principais exemplos de álgebras de Hopf e propriedades básicas delas.

Observação: A sugestão do curso é estudar os conceitos intermediários (tais como categoria, álgebra de Lie, etc.) no nível mais básico e elementar possível, que seja suficiente para entender o principal objeto do curso uma álgebra de Hopf. Mas muitos destes conceitos são relacionados com as próprias áreas da álgebra e são distribuídos por muitos livros diferentes. Por isso a bibliografia da disciplina é bastante extensa. Para o estudo na disciplina será sugerido só um material pequeno de cada livro. De outro lado a bibliografia apresentada sugere para os alunos ótimas fontes para autoestudos mais avançados em muitas áreas de álgebra, relacionadas com os assuntos mencionados, se um aluno tiver interesse.

2 Pré-requisitos

IAL ou Álgebra Linear; Álgebra 1. (Álgebra 2 é um requisito desejado, mas não necessário).

3 Cronograma

1. **Álgebras** - álgebras sobre um corpo, identidade, homomorfismos de álgebras, ideais, álgebras associativas, álgebras de Lie - 2 horas.

2. **Abordagem categórica** - objetos, morfismos, diagramas, exemplos relevantes de categorias, dualidade - 2 horas.
3. **Produto tensorial** - o produto tensorial de espaços vetoriais e transformações lineares, propriedades básicas e aplicações - 3 horas.
4. **Álgebras e coálgebras** - definições (por diagramas), exemplos básicas, álgebra e coálgebra dual, morfismos, subcoálgebras, coideais - 3 horas.
5. **Biálgebras e álgebras de Hopf** - definição de uma biálgebra, exemplos, tipos de elementos, antípoda, álgebras de Hopf, álgebras de grupo, envelopentes universais de álgebras de Lie, módulos e comódulos - 5 horas.

Referências

- [1] M.E. Sweedler. *Hopf Algebras*. W.A. Benjamin, Inc., 1969.
- [2] S. Montgomery. *Hopf Algebras and Their Actions on Rings*, CBMS 82. Providence, RI, AMS, 1993.
- [3] R.G. Underwood. *An Introduction to Hopf Algebras*. Springer, 2011.
- [4] E. Abe. *Hopf Algebras*, Cambridge Tracts in Mathematics 74. Cambridge University Press, 2004.
- [5] S. Dascalescu, C. Nastasescu & S. Raianu. *Hopf Algebra: An Introduction*, Pure and Applied Mathematics 235. Marcel Dekker, 2001.
- [6] V.O. Ferreira & L.S.I. Murakami. *Introdução às Álgebras de Hopf*. IME, USP, preprint, 2019.
- [7] S. Roman. *Advanced Linear Algebra*. Springer-Verlag, New York, 3d edition, 2008.
- [8] E.B. Vinberg. *A Course in Algebra*, Graduate Studies in Mathematics 56. Providence, RI, AMS, 2003.
- [9] B.C. Hall. *Lie Groups, Lie Algebras and Representations: An Elementary Introduction*, Graduate Texts in Mathematics 222. Springer, 2nd edition, 2015.