

Proposta de disciplina IC-MAT (2026/1)

Nome do professor: João Paulo dos Santos.

Disciplina: Iniciação Científica em Matemática 1.

Título da proposta: Introdução à geometria das curvas planas e a desigualdade isoperimétrica.

1 Objetivos

O objetivo geral desta proposta é o estudo da geometria das curvas planas, com foco na desigualdade isoperimétrica. De acordo com [1], o problema isoperimétrico é considerado um dos problemas mais antigos em geometria. Sua formulação envolve uma estimativa para a área de uma região delimitada por uma curva de comprimento dado.

Especificamente, a *desigualdade isoperimétrica* nos diz que:

Se $\mathcal{L}$ é o comprimento de uma curva regular e de Jordan, e $\mathcal{A}$ é a área da região que o traço de delimita, então,

$$\mathcal{L}^2 - 4\pi\mathcal{A} \geq 0.$$

Além disso, a igualdade ocorre, se, e somente se, o traço de é um círculo.

A geometria diferencial das curvas planas será abordada considerando-se inicialmente os fundamentos desta teoria, que envolvem o estudo de curvas contínuas e suaves, classes de diferenciabilidade, vetores tangentes e comprimento de arco. Com tal base consolidada, será desenvolvida a teoria local das curvas planas, introduzindo o conceito da curvatura, o referencial de Frenet e as fórmulas de Frenet.

Na sequência, construiremos as bases para a demonstração da desigualdade isoperimétrica e a estudaremos em detalhes seguindo a referência [1]. A próxima etapa, também seguindo [1], consistirá em estudar conceitos básicos de curvas planas convexas e trabalhar com a desigualdade isoparamétrica de Gage:

Se γ é uma curva fechada, convexa e de classe $\mathcal{C}^2$, então

$$\pi \frac{\mathcal{L}}{\mathcal{A}} \leq \int_{\gamma} \kappa^2 ds.$$

onde $\mathcal{L}, \mathcal{A}, \kappa$ e s denotam o comprimento, a área, a curvatura e o comprimento de arco da curva γ .

2 Pré-requisitos

Cálculo 1 e conceitos básicos de Geometria Analítica.

3 Cronograma

O cronograma será dividido em três etapas, cada uma contendo 5 semanas, cujo respectivo conteúdo é descrito abaixo:

1. **Etapla 1: Semana 1 a Semana 5.** Nesta etapa será abordada a geometria das curvas diferenciáveis em $\mathbb{R}^2$. A etapa se inicia com o estudo das curvas parametrizadas em $\mathbb{R}^2$, fornecendo os aspectos teóricos de cálculo diferencial e integral necessários para o desenvolvimento da teoria local das curvas planas. Na sequência, será abordada tal teoria local, introduzindo a noção de curvatura, o referencial de Frenet e as fórmulas de Frenet. A principal referência para esta etapa será [2].
2. **Etapla 2: Semana 6 a Semana 10.** Nesta etapa será abordado o problema isoperimétrico, começando pelos aspectos históricos do problema. Na sequência trabalharemos na prova da desigualdade isoperimétrica e em algumas de suas aplicações.
3. **Etapla 3: Semana 11 a Semana 15.** Na terceira etapa trabalharemos com a desigualdade isoparamétrica de Gage. Vamos abordar inicialmente os conceitos e resultados básicos para curvas convexas e, na sequência, trabalhar na prova de tal desigualdade.

Referências

- [1] H. Alencar, W. Santos & G. Silva Neto. *Geometria Diferencial das curvas no $\mathbb{R}^2$* . Coleção Coletânea de Matemáticas. SBM. 2020.
- [2] K. Tenenblat. *Introdução à Geometria Diferencial*. Editora Bluncher. 2008.