

Proposta de disciplina IC-MAT (2025/2)

Nome do professor: Lucas Seco.

Disciplina: Iniciação Científica em Matemática **2**.

Título da proposta: Geometrias e seus grupos de Transformação.

1 Objetivos

Este projeto investiga a proposição de Felix Klein, em seu programa de Erlangen, de que todas as geometrias são “criadas iguais” sob a estrutura unificadora de grupos de transformação. Seguindo [1], vamos tratar as geometrias como objetos matemáticos concretos com estruturas visuais e algébricas ricas, explorando as geometrias bidimensionais de curvatura constante através de seus modelos: plano euclidiano e afim, esfera, plano projetivo e plano hiperbólico, desafiando a noção de uma única “geometria”.

-Relevância: Conectar geometria clássica com álgebra abstrata (grupos, diagramas, categorias), modernizando o sentido da palavra geometria e ecoando o ethos da Academia de Platão: “Que não entre aqui quem não for geômetra”.

-Objetivo geral:

- Estudar a definição de geometrias e seus morfismos via grupos de transformação (Klein).
- Visualizar conceitos geométricos através de diagramas, privilegiando abstração sobre coordenadas.
- Analisar morfismos entre geometrias (e.g., modelos de Poincaré: disco e semiplano).

-Metodologia:

- Algébrica: Explorar grupos de transformação (e.g., isometrias, simetrias).
- Visual: Explorar os modelos das geometrias e construir diagramas para ilustrar relações geométricas.

- Comparativa: Contrastar geometrias euclidiana, hiperbólica e projetiva.

-Objetivo específico: Nesse primeiro semestre vamos estudar do Capítulo 0 até o Capítulo 5 de [1], investigando os conceitos básicos, geometrias de brinquedo (*toy geometries*), a geometria plana e seus ladrilhamentos.

A ideia é, no próximos semestre, seguir estudando os capítulos seguintes desse livro texto, investigando conceitos básicos como simetrias e ladrilhamento nas outras geometrias.

2 Pré-requisitos

Familiaridade com geometria plana básica e teoria de conjuntos básica, obtidas com Cálculo 1 e 2.

3 Cronograma

Para o desenvolvimento dos tópicos, serão realizadas reuniões semanais de 1 hora, em que os estudantes discutirão os temas estudados. Os tópicos serão desenvolvidos em 15 semanas com o cronograma a seguir.

Semanas 1 a 4: Capítulo 0. Sobre a Geometria Euclidiana, Capítulo 1. Geometrias de Brinquedo e Definições Principais.

Semanas 5 a 10: Capítulo 2. Grupos Abstratos e Apresentações de Grupos, Capítulo 3. Subgrupos Finitos de $SO(3)$ e os Sólidos Platônicos.

Semanas 11 a 13: Capítulo 4. Subgrupos Discretos do Grupo de Isometria do Plano e Ladrilhamentos, Capítulo 5. Grupos de Reflexão e Geometrias de Coxeter

Semanas 14 a 15: Elaboração do relatório.

Referências

- [1] A.B. Sossinsky. *Geometries*. AMS Student Mathematical Library **64**, 2012.